

FUNKCJE WIELU ZMIENNYCH

I. Obliczyć pochodne cząstkowe I i II rzędu funkcji:

1. $f(x, y) = (x)^{\cos y},$
2. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^5),$
3. $f(x, y) = \arcsin xy,$
4. $f(x, y) = \frac{1}{2xy},$
5. $f(x, y) = (\cos y)^{\ln x},$
6. $f(x, y) = x^{y^3},$
7. $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2},$
8. $f(x, y) = ye^{-xy},$
9. $f(x, y) = \ln(\sin x + \sin y),$
10. $f(x, y) = xe^{\frac{x}{y}},$
11. $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}.$

II. Znaleźć różniczkę zupełną I i II rzędu funkcji:

1. $f(x, y) = x \ln \frac{y}{x},$
2. $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2},$
3. $f(x, y) = \ln(x + y) - \frac{y}{x+y},$
4. $f(x, y) = \ln(x + \ln y).$

III. Obliczyć ekstrema funkcji dwóch zmiennych:

1. $f(x, y) = y^3 + 3x^2y - 18x - 30y;$ $f_{\min}(1, 3) = -72, \quad f_{\max}(-1, -3) = 72;$
2. $f(x, y) = 3y^3 + 4x^2y - 24xy;$ $f_{\min}(3, 2) = -48, \quad f_{\max}(3, -2) = 48;$
3. $f(x, y) = x^2 - 6xy + y^3 + 3x + 6y;$ $f_{\min}\left(\frac{27}{2}, 5\right) = -27\frac{1}{4};$
4. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y;$ $f_{\min}(1, 2) = 7 - 10\ln 2;$
5. $f(x, y) = -2x^3 - 2y^3 + 6xy + 10;$ $f_{\max}(1, 1) = 12.$