

# FUNKCJE WIELU ZMIENNYCH

**I.** Obliczyć pochodne cząstkowe I i II rzędu funkcji:

1.  $f(x, y) = (x)^{\cos y},$
2.  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^5),$
3.  $f(x, y) = \arcsin xy,$
4.  $f(x, y) = \frac{1}{2xy},$
5.  $f(x, y) = (\cos y)^{\ln x},$
6.  $f(x, y) = x^{y^3},$
7.  $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2},$
8.  $f(x, y) = ye^{-xy},$
9.  $f(x, y) = \ln(\sin x + \sin y),$
10.  $f(x, y) = xe^{\frac{x}{y}},$
11.  $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}.$

**II.** Znaleźć różniczkę zupełną I i II rzędu funkcji:

1.  $f(x, y) = x \ln \frac{y}{x},$
2.  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2},$
3.  $f(x, y) = \ln(x + y) - \frac{y}{x+y},$
4.  $f(x, y) = \ln(x + \ln y).$

**III.** Obliczyć ekstrema funkcji dwóch zmiennych:

1.  $f(x, y) = y^3 + 3x^2y - 18x - 30y;$   $f_{\min}(1, 3) = -72, \quad f_{\max}(-1, -3) = 72;$
2.  $f(x, y) = 3y^3 + 4x^2y - 24xy;$   $f_{\min}(3, 2) = -48, \quad f_{\max}(3, -2) = 48;$
3.  $f(x, y) = x^2 - 6xy + y^3 + 3x + 6y;$   $f_{\min}\left(\frac{27}{2}, 5\right) = -27\frac{1}{4};$
4.  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y;$   $f_{\min}(1, 2) = 7 - 10\ln 2;$
5.  $f(x, y) = -2x^3 - 2y^3 + 6xy + 10;$   $f_{\max}(1, 1) = 12.$