

# SZEREGI LICZBOWE I FUNKCYJNE

I. Oblicz sumę szeregu:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}; \quad S = \frac{1}{2};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}; \quad S = \frac{1}{4};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n}; \quad S = \frac{26}{5};$$

II. Zbadaj zbieżność:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n};$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}};$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^3};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n};$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{3}{5}\right)^n;$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n-1}\right)^n;$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)5^n}{2^n 3^{n+1}};$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n;$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{2^n};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! 2^n}{n^{2n}};$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt[n]{2} - 1);$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{3n}}{(3n)!};$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{10^n};$$

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n};$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!(n+3)3^n}{(2n)!};$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1};$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 3^n}{3^n}.$$

Szeregami zbieżnymi są: 3,4,5,7,8,11,12,13,14,15,16,17,18.

III. Zbadaj zbieżność warunkową i bezwzględną:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n;$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1};$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}.$$

IV. Obliczyć promień zbieżności szeregu i zbadać zbieżność na końcach przedziału zbieżności:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)(n+2)},$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(2n-1)},$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}},$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2},$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} x^n,$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3n-2},$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} x^n}{2n-1},$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n3^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{5^n(n+1)}$$