

**Tomasz Jankowiak**

**WYKORZYSTANIE  
METOD EKSPERYMENTALNYCH  
I SYMULACJI KOMPUTEROWYCH  
DO OKREŚLANIA  
WŁAŚCIWOŚCI MATERIAŁÓW  
PRZY DUŻEJ  
PRĘDKOŚCI DEFORMACJI**



Wydawnictwo  
Politechniki Poznańskiej 2016

Recenzent

prof. dr hab. inż. ZBIGNIEW KOWALEWSKI

Skład tekstu – Autor

Projekt okładki – Tomasz Jankowiak, Andrzej Jakubowski

Redakcja – Aleksandra Springer



Zezwala się na korzystanie na warunkach licencji Creative Commons – uznanie autorstwa – na tych samych warunkach 4.0 (znanej również jako CC-BY-SA) dostępnej pod adresem <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/> lub innej wersji językowej tej licencji, lub którejkolwiek późniejszej wersji tej licencji opublikowanej przez organizację Creative Commons.

CC-BY-SA 2025, Tomasz Jankowiak

eISBN 978-83-7775-795-6 (wersja cyfrowa)

<https://doi.org/10.21008/b.978-83-7775-795-6>

ISBN 978-83-7775-435-1 (wersja drukowana)

Wydanie I

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI POZNAŃSKIEJ

ul. Piotrowo 5, 61-138 Poznań

tel. +48 61 665 3516

e-mail: office\_ed@put.poznan.pl

www.wydawnictwo.put.poznan.pl

## Spis treści

Wprowadzenie .....	9
1. Ściskanie dynamiczne z użyciem pręta Hopkinsona .....	13
1.1. Tarcie między próbką a prętami pomiarowymi .....	18
1.2. Bezwładność próbki .....	28
1.3. Zniekształcenie końców prętów podczas uderzenia w próbkę .....	30
1.4. Dyspersja geometryczna .....	32
1.5. Kształt strefy kontaktu pocisk–pręt inicjujący .....	35
1.6. Warstwowa budowa próbki .....	39
1.7. Podsumowanie .....	41
2. Test Taylora .....	45
2.1. Analiza eksperymentalna .....	46
2.2. Model uwzględniający wzmocnienie odkształceniowe .....	52
2.3. Analiza numeryczna .....	55
2.3.1. Model konstytutywny .....	55
2.3.2. Opis deformacji .....	57
2.4. Porównanie wyników symulacji oraz eksperymentów .....	61
3. Test balistyczny .....	63
3.1. Ogólna charakterystyka testu balistycznego .....	63
3.1.1. Mechanizm zniszczenia podczas przebicia .....	65
3.1.2. Dyssypacja energii oraz zależność prędkości rezydualnej od prędkości początkowej .....	68
3.1.3. Pomiar siły uderzenia .....	71
3.2. Przebicie blach wykonanych ze stali miękkiej ES .....	73
3.2.1. Modelowanie konstytutywne .....	73
3.2.2. Zależność $V_R - V_0$ oraz energia dyssypowana w eksperymencie .....	76
3.2.3. Analiza numeryczna .....	79
3.2.3.1. Kryterium zniszczenia .....	81
3.2.3.2. Porównanie krzywych w przestrzeni $V_R - V_0$ .....	83
3.2.3.3. Mechanizm zniszczenia w przypadku uderzenia pociskiem z frontem stożkowym .....	85
3.2.4. Siła uderzenia .....	88
4. Test dynamicznego rozciągania z użyciem pręta Hopkinsona .....	97
4.1. Badania laboratoryjne .....	97
4.2. Analiza propagacji fal w prętach .....	101

---

4.3. Porównanie wyników eksperymentalnych oraz teoretycznych .....	103
4.4. Symulacja komputerowa .....	104
4.4.1. Analiza czasu narastania fali naprężenia .....	107
4.4.2. Metody pomiaru dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie .....	109
4.4.3. Analiza przebiegu zmian naprężenia w próbce .....	110
4.5. Dynamiczne kryterium zniszczenia .....	112
5. Test służący do określania współczynnika tarcia dynamicznego .....	115
5.1. Badanie laboratoryjne .....	116
5.2. Symulacja komputerowa .....	118
5.2.1. Zmodyfikowana metoda pomiaru współczynnika tarcia .....	121
5.2.2. Metoda korekcji wyników .....	124
5.3. Dynamiczny współczynnik tarcia .....	128
5.4. Prędkość poślizgu .....	130
5.5. Prawo tarcia .....	134
Zakończenie .....	137
Literatura .....	139
Spis symboli .....	151
Streszczenie .....	159
Summary .....	161

*Ukochanej Basi...*



## Podziękowania

Oddając tę książkę do rąk Czytelników, pragnę wyrazić podziękowania osobom, które istotnie przyczyniły się do mojego dotychczasowego rozwoju naukowego.

Szczególne wyrazy wdzięczności kieruję do Profesora Tomasza Łodygowskiego, który towarzyszy mi od początku mojej naukowej biografii i którego prace naukowe stanowią dla mnie bardzo ważny układ odniesienia w poszukiwaniach badawczych.

Dziękuję również Profesorowi Alexisowi Rusinkowi, który bardzo konsekwentnie inspiruje mnie do działań naukowych. Nasza wieloletnia owocna współpraca była dla mnie okazją do poszerzenia wiedzy na temat prowadzenia eksperymentów dynamicznych.

Odrębne podziękowania za wnikliwą opinię na temat tej publikacji składam recenzentowi, Profesorowi Zbigniewowi Kowalewskiemu z Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN.

*Autor*





## Wprowadzenie

Ze względu na ciągłe zmiany warunków polityczno-społecznych, które są źródłem zarówno nowych wyzwań, jak i zagrożeń, także w obszarze rozwiązań inżynierskich, również nowoczesne konstrukcje budowlane muszą spełniać rosnące wymagania techniczne (Łodygowski, Garstecki 2012). Szczególną uwagę należy zwrócić na kwestie bezpieczeństwa budynków oraz ludzi. Z uwagi na bezpieczeństwo ludzi projektanci budynków, zarówno cywilnych, jak i militarnych, muszą uwzględniać szczególne okoliczności, jakie mogą zaistnieć przede wszystkim w fazie ich eksploatacji. Potencjalne zagrożenia są związane ze zdarzeniami losowymi, ale też z zamierzonymi atakami, które mają na celu zniszczenie budowli wraz z przebywającymi w nich ludźmi. Występujące w takich sytuacjach olbrzymie obciążenia mogą prowadzić do uszkodzenia budynków, a nawet do ich ostatecznego zniszczenia. Bezpieczeństwo budowli zapewnia się przez udoskonalenie ich konstrukcji pod względem przenoszenia obciążeń ekstremalnych, takich jak wybuchy czy uderzenia pociskiem (Łodygowski, Garstecki 2012, Łodygowski, Jankowiak, Sielicki 2011, Mazurkiewicz, Małachowski, Baranowski 2015 oraz Sielicki 2013). Wytrzymałość konstrukcji zależy z kolei od właściwości materiałów, z których są wykonane.

W nowoczesnym budownictwie i inżynierii stosuje się różne materiały konstrukcyjne i wykończeniowe, których właściwości decydują o zachowaniu struktury w sytuacjach ekstremalnych, na przykład podczas uderzenia w elewację fali spowodowanej wybuchem. Najważniejszą rolę odgrywają jednak ich właściwości dynamiczne. Celem tej pracy jest zwrócenie uwagi czytelników na różnorodne wyzwania związane z określaniem dynamicznych właściwości materiałów oraz na specyfikę wykonywania testów dynamicznych. Na kilku konkretnych przykładach testów eksperymentalnych autor zamierza wykazać, w jaki sposób należy odczytywać ich wyniki, w czym bardzo często są pomocne realistyczne symulacje komputerowe (Łodygowski 2010), które pomagają zrozumieć przeprowadzony eksperyment. Głównym zagadnieniem omawianym w książce jest konieczność sprzężenia obu metod, to znaczy metody eksperymentalnej i symulacji komputerowej, w celu uzyskania najbardziej rzetelnych wyników.

Książka zawiera systematyczny opis wybranych metod eksperymentalnych stosowanych powszechnie w laboratoriach ze szczególnym uwzględnieniem tych czynników, które nie powinny być pominięte podczas takich testów. Oczywiście nie sposób omówić w jednej publikacji wszystkich znanych metod eksperymentalnych. Dlatego autor skupia się na tych, które były przedmiotem jego działalności naukowej na Wydziale Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Poznańskiej w Instytucie Konstrukcji Budowlanych. Przedmiotowe testy mogą stanowić podstawę badań materiałów konstrukcyjnych, które mają na celu poznanie ich zachowania dynamicznego. W ramach projektów badawczych i grantów (nr OR00 009712 oraz UOD-DEM-1-203/001) autor zapoznał się ze

sposobem prowadzenia niektórych badań eksperymentalnych ze szczególnym uwzględnieniem testów dynamicznych. Dzięki tej działalności naukowej zbudowano laboratorium do badań dynamicznych właściwości materiałów, w którym mieści się np. pręt Hopkinsona do badania dynamicznego ściskania różnych materiałów, między innymi metali, wyposażony w działo gazowe służące do rozpędzania pocisków o średnicy 22 mm. Innym stanowiskiem badawczym jest działo gazowe dużej mocy, które może posłużyć do przyspieszania pocisków o różnych średnicach (6 mm, 12 mm i 18 mm) do znacznej maksymalnej prędkości, zależnej od ich masy – nawet do 600 m/s. Działo to, o maksymalnym możliwym ciśnieniu wystrzału równym 100 barów, może być wykorzystane zarówno w testach balistycznych, jak i w teście Taylora. Wspomniane laboratorium, które wciąż jest modyfikowane i rozbudowywane (powstają nowe stanowiska badawcze), może posłużyć do określania dynamicznych właściwości materiałów konstrukcyjnych. Właściwości te są następnie wykorzystywane do symulacji zachowania całych konstrukcji pod wpływem obciążeń dynamicznych. Badania prezentowane w monografii prowadzono we współpracy z różnymi ośrodkami badawczymi, w szczególności z Paul Verlaine University, ENIM oraz University of Lorraine (Metz, Francja). Zapoczątkowana przez Profesora Tomasa Łodygowskiego (Politechnika Poznańska) wieloletnia współpraca z nieżyjącym już Profesorem Januszem Klepaczką (IPPT oraz Paul Verlaine University), kontynuowana przez Profesora Alexisa Rusinka oraz autora tej książki, doprowadziła do ulepszenia zarówno technik eksperymentalnych, jak i symulacji komputerowych oraz zaowocowała wieloma wspólnymi publikacjami naukowymi.

Autor nie ma na celu przedstawienia wszystkich możliwych eksperymentów dynamicznych. Czytelnik zainteresowany poznaniem historii dynamicznych badań eksperymentalnych właściwości materiałów może sięgnąć do przedmiotowej literatury (np. Chen, Song 2011, Field i in. 2001 oraz Klepaczko 1971). Ciekawe jest, że już w 1807 roku Young (1807) pierwszy pisał o tym, że właściwości materiałów są różne w warunkach statycznych i dynamicznych. Od XIX wieku wielu autorów zajmowało się tą problematyką, jednak na skutek braku niezbędnego oprzyrządowania początkowo nie było możliwe udowodnienie tego zjawiska. Przyjmuje się, że J. Hopkinson w 1872 roku pierwszy przedstawił eksperyment, na którego podstawie wykazał, że metal obciążony impulsowo ma większą wytrzymałość niż w warunkach statycznych, innymi słowy, może przenosić obciążenia większe od wykazanych w testach statycznych (Field i in. 2001). Od tego momentu powstało wiele modyfikacji prętów, znanych w literaturze jako pręty Hopkinsona. Służą one do badania właściwości dynamicznych różnych materiałów, zarówno ciągliwych, jak i kruchych, podczas rozciągania, ściskania, skręcania i ścinania (Chen, Song 2011).

Tematem pierwszego rozdziału tej pracy są różne aspekty dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona. Omówiono w nim istotne zjawiska zwią-

zane z tarcie, występujące podczas takiego testu. Tarcia nie można określić precyzyjnie, jednak ma ono istotny wpływ na wyniki badań. Ponadto zaprezentowano efekty dyspersji geometrycznej, bezwładności próbki oraz zniekształcenia powierzchni kontaktu podczas uderzenia pręta w próbkę, poddano analizie wpływ kształtu pocisku na tak zwany czas narastania fali oraz dodatkowo przedstawiono możliwość wykonywania testów ściskania dynamicznego, gdy testowany materiał występuje w postaci arkuszy o zbyt małej grubości, aby wyciąć z nich próbkę o optymalnych wymiarach (próbka warstwowa).

W drugim rozdziale, dotyczącym specyfiki testu Taylora, omówiono problemy, które mogą wystąpić podczas jego wykonywania. Najważniejsze jest zastosowanie odpowiednich równań analitycznych w celu określenia rzeczywistych wyników testu Taylora, czyli poziomu naprężenia i odkształcenia oraz prędkości odkształcenia. Zaprezentowano dostępne w literaturze równania i przedstawiono wyniki otrzymane z ich zastosowaniem. Analizę uzupełniono symulacjami komputerowymi, które również potwierdzają wyniki eksperymentalne. Dodatkowo dokonano eksperymentalno-numerycznej analizy mechanizmu zniszczenia próbki podczas testu.

Trzeci rozdział dotyczy testów balistycznych. Omówiono w nim sposób ich wykonywania z jednoczesnym wykorzystaniem metod eksperymentalnych i symulacji komputerowych. Przedstawiono modele konstytutywne, które stosuje się w symulacjach, wraz z kryterium zniszczenia uwzględniającym złożoność tensora naprężenia mierzoną z wykorzystaniem współczynnika trójosiowości. W analizie uwzględniono różne kształty pocisków. Wykazano, że ilość energii pochłanianej przez konstrukcję podczas uderzenia zależy od kształtu krzywej w przestrzeni określonej przez prędkość początkową i prędkość rezydualną. Przeanalizowano również trudności związane z pomiarem siły uderzenia oraz czasu zniszczenia z wykorzystaniem obu metod badawczych. Ponadto określono wpływ kształtu pocisku na mechanizm zniszczenia ze szczególnym uwzględnieniem pocisku z frontem o kształcie stożkowym.

W czwartym rozdziale opisano eksperyment dynamicznego rozciągania szkła za pomocą pręta Hopkinsona. Wykazano również, jak ważne jest wzajemne sprzężenie eksperymentów laboratoryjnych oraz symulacji komputerowych uzupełnionych rozwiązaniami analitycznymi. Takie podejście prowadzi do określenia rzeczywistej dynamicznej wytrzymałości szkła i umożliwia wykrycie nieścisłości zarówno w trakcie eksperymentów, jak i symulacji.

W piątym rozdziale omówiono badania dynamicznego współczynnika tarcia. W symulacjach komputerowych tarcie dynamiczne bardzo często jest przyjmowane arbitralnie. W przypadku testów dynamicznych prawo tarcia ma niejednokrotnie istotne znaczenie przy weryfikacji wyników badań eksperymentalnych. Spośród wielu metod określania współczynnika tarcia przedstawiono jedną, opartą na zastosowaniu specjalnego trybometru, który umożliwia uwzględnienie dużych wartości ciśnienia i prędkości poślizgu podczas kontaktu.

Omówiono metodę polegającą na wykorzystaniu zjawisk falowych w celu określenia występujących wówczas siły normalnej i siły tarcia. Zaproponowano zoptymalizowaną metodę umożliwiającą dokładniejsze niż z wykorzystaniem metody oryginalnej określenie wartości współczynnika tarcia.

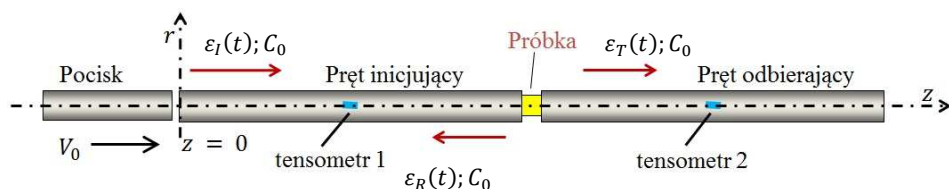
W zakończeniu sformułowano główne wnioski z prezentowanych badań eksperymentalno-numerycznych.

Książkę napisano w celu podsumowania badań eksperymentalnych i numerycznych prowadzonych w latach 2011-2016 oraz wykazania, że symulacje procesów dynamicznych powinny zwykle być wykonywane równolegle z pracami eksperymentalnymi. Przedstawiono w niej taki sposób wykorzystania obu metod, który zapewni z jednej strony poprawę jakości symulacji komputerowych, a z drugiej – optymalizację eksperymentów.

Praca jest skierowana do osób zainteresowanych badaniem dynamicznych właściwości materiałów, do praktyków podejmujących wyzwania związane z bezpieczeństwem konstrukcji oraz do studentów studiów magisterskich i doktoranckich, którzy zamierzają prowadzić badania dynamiczne oraz ich realistyczne symulacje.

# 1. Ściskanie dynamiczne z użyciem pręta Hopkinsona

Jednym z powszechnie stosowanych w laboratoriach na całym świecie testów dynamicznych jest dynamiczne ściskanie z użyciem pręta Hopkinsona (Baranowski, Janiszewski, Małachowski 2014, Bazle, Sergey, John 2004, Davies 1948, Gray 2000, Janiszewski 2012, Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Kolsky 1949, Kruszka, Nowacki 1996, Malinowski, Kowalewski, Kruszka 2007, Małachowski i in. 2014, Moćko, Kowalewski 2011, Moćko i in. 2012 oraz Zhong i in. 2015). W teście tym można uzyskiwać duże wartości prędkości odkształcenia podczas ściskania – w zakresie od 500 1/s do 10 000 1/s. Ogólnie, aby uzyskać duże wartości prędkości deformacji, należy zastosować krótkie próbki i możliwie dużą prędkość uderzenia. Test dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona przedstawiono schematycznie na rys. 1.1.



Rys. 1.1. Schemat pręta Hopkinsona stosowanego w teście dynamicznego ściskania

W literaturze urządzenie to jest nazywane również prętem Kolsky'ego (Kolsky 1949). Badacz ten pierwszy przedstawił procedurę uzyskiwania krzywej naprężenie–odkształcenie na podstawie omawianego testu. Jego eksperymenty charakteryzowały się tym, że falę inicjującą wywołyвано w nich eksplozją materiału wybuchowego. Było to przyczyną niewielkiej powtarzalności wyników. W pierwszych eksperymentach prowadzonych przez Kolsky'ego fale naprężenia w prętach pomiarowych mierzono za pomocą mikrofonów pojemnościowych (Chen, Song 2011). Dopiero Krafft, Sullivan i Tipper (1954) zastosowali w tym celu tensometry, co od tego czasu stało się standardem. Ponadto do wywołania trapezowej fali w pręcie inicjującym zamiast materiału wybuchowego stosowali pocisk (Krafft, Sullivan, Tipper 1954). Hauser, Simmons i Dorn (1961) w celu wywołania fali inicjującej o stałej amplitudzie wykorzystywali dodatkowo generator prędkości Hye (Chen, Song 2011, Hauser 1966 oraz Hauser, Simmons, Dorn 1961). W 1964 roku Lindholm zaprojektował stanowisko badawcze, uwzględniając przy tym wcześniejsze obserwacje dotyczące wykorzystania pręta Hopkinsona podczas ściskania dynamicznego (Lindholm 1964). Od tego czasu powstało kilka wersji omawianego stanowiska badawczego, w tym również zmodyfikowany pręt Hopkinsona skonstruowany przez Klepaczkę (1971), a służący do wyznaczania krzywej naprężenie–odkształcenie przy ściskaniu oraz przy skręcaniu. Pręt Hopkinsona był stosowany również w celu określenia dy-

dynamicznego zachowania materiałów kruchych (jak szkło czy beton) lub miękkich (jak PMMA, guma, polimery czy pianka) podczas ściskania (Akopov i in. 2003, Chen, Song 2011 oraz Li, Meng 2003). Powstało również kilka konfiguracji służących do badania materiałów ciągliwych podczas rozciągania dynamicznego (Chen, Song 2011 oraz Field i in. 2001).

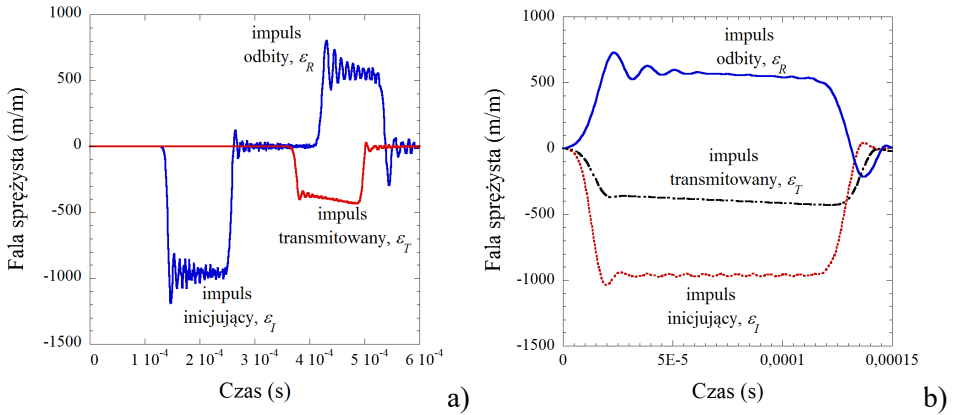
Dzięki urządzeniu przedstawionemu na rys. 1.1 istnieje możliwość określenia wrażliwości testowanego materiału zarówno na prędkość deformacji, jak i na temperaturę. To ostatnie jest możliwe po zastosowaniu odpowiedniej komory termicznej, w której izoluje się próbkę od otoczenia zarówno przed testem, jak i podczas jego trwania. Możliwe jest również użycie szybkiej kamery termowizyjnej w celu rejestracji zmian temperatury w ścisanej próbce. Aby uzyskać rzetelne wyniki (czyli dokładnie określić wrażliwość na temperaturę), należy przede wszystkim utrzymać wymaganą temperaturę początkową (Deng i in. 2008 oraz Kajberg, Sundin 2013).

W celu uzyskania krzywej naprężenie–odkształcenie (tzw. krzywej *true*, krzywej rzeczywistej) w teście statycznym korzysta się ze zmierzonych wartości siły i przemieszczenia, które początkowo służą do obliczenia naprężenia i odkształcenia nominalnego. W teście ścisania dynamicznego naprężenie i odkształcenie nominalne określa się na podstawie analizy zjawisk falowych w prętach. Należy mieć na uwadze, że uderzenie jednego pręta o drugi wywołuje w obu prętach falę naprężenia. Na podstawie pomiaru odkształcenia w odpowiednich miejscach na prętach inicjującym i odbierającym można określić termiczno-lepkoplastyczne zachowanie materiału  $\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$  (Kolsky 1949).

Kiedy pocisk o określonej długości i średnicy oraz wykonany z materiału o określonej gęstości uderza w pręt inicjujący z prędkością  $V_0$ , wywołuje w nim falę naprężenia  $\sigma_I$ . Fala ta porusza się wzdłuż pręta inicjującego z prędkością  $C_b$ . Prędkość podłużnej fali sprężystej można obliczyć, znając moduł Younga  $E_b$  i gęstość  $\rho_b$  materiału pręta inicjującego:  $C_b = \sqrt{E_b/\rho_b}$ .

Średnia wartość naprężenia w pręcie inicjującym  $\sigma_I$  jest wprost proporcjonalna do prędkości pocisku  $V_0$ :  $\sigma_I = \rho_b C_b V_0/2$ , a odkształcenie w pręcie inicjującym  $\varepsilon_I = \sigma_I/E_b$ . Kiedy fala dociera do końca pręta inicjującego ( $\varepsilon_I, \sigma_I$ ), jedna jej część jest odbijana ( $\varepsilon_R, \sigma_R$ ), a druga przenika przez próbkę do pręta odbierającego ( $\varepsilon_T, \sigma_T$ ) (patrz rys. 1.1 oraz 1.2a).

Omawiane zjawiska falowe przedstawiono na rys. 1.2a. Punkty pomiarowe znajdują się na środkach obu prętów. W dalszych obliczeniach wykorzystuje się sygnały przesunięte w czasie, co ułatwia między innymi sprawdzenie równowagi sił (rys. 1.2b) (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011).



Rys. 1.2. Impulsy sprężyste w prętach; a) fala inicjująca  $\varepsilon_I$ , fala odbita  $\varepsilon_R$  i fala transmitowana  $\varepsilon_T$  dla prędkości pocisku  $V_0 = 10$  m/s, b) fale po przesunięciu w czasie

Znając trzy fale: inicjującą  $\varepsilon_I(t)$ , odbitą  $\varepsilon_R(t)$  i transmitowaną  $\varepsilon_T(t)$ , można obliczyć wartość średniego nominalnego odkształcenia  $\varepsilon(t)$  w badanej próbce na podstawie równania:

$$\varepsilon(t) = \frac{C_b}{L_s} \int_0^t [\varepsilon_T(\xi) - \varepsilon_I(\xi) - \varepsilon_R(\xi)] d\xi. \quad (1.1)$$

Wartość odkształcenia nominalnego  $\varepsilon(t)$  można też określić na podstawie pomiaru wzajemnych przemieszczeń obu końców próbki  $\Delta U(t)$ . Znając długość początkową próbki  $L_s$ , oblicza się wartość średniego nominalnego odkształcenia  $\varepsilon(t)$  za pomocą zależności:

$$\varepsilon(t) = \frac{\Delta U(t)}{L_s}. \quad (1.2)$$

Takie pomiary są możliwe np. z użyciem szybkiej kamery, która z dużą częstotliwością rejestruje obraz próbki podczas testu.

Jak już wspomniano, ważne jest sprawdzenie równowagi sił między prętami inicjującym  $F_{\text{input}}(t)$  i odbierającym  $F_{\text{output}}(t)$ ; w tym celu stosuje się następujące równanie:

$$\begin{cases} F_{\text{input}}(t) = A_b E_b [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] \\ F_{\text{output}}(t) = A_b E_b \varepsilon_T(t) \end{cases}. \quad (1.3)$$

W równaniu (1.3)  $A_b$  jest polem przekroju prętów inicjującego i odbierającego (założono identyczne przekroje obu prętów). Od długości próbki  $L_s$  zależy szybkość uzyskania równowagi sił w prętach. Z tego względu długość próbki powinna być niewielka (kilka milimetrów). Dodatkowo, gdy próbka jest krótka, można uzyskać większą prędkość odkształcenia. Jednak w tym przypadku można zauważyć istotny wzrost wpływu tarcia na uzyskiwane wyniki. W dalszej części niniejszego rozdziału przedstawiono rozwiązanie tego problemu.

Znając historie zmian sił na obu końcach badanej próbki, można określić występujące w niej średnie naprężenie:

$$\begin{cases} \sigma(t) = \frac{F_{\text{input}}(t) + F_{\text{output}}(t)}{2A_s} \\ \sigma(t) = \frac{A_b E_b [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)]}{2A_s} \end{cases} \quad (1.4)$$

gdzie  $A_s$  jest jej przekrojem poprzecznym. Prędkość odkształcenia oblicza się przez całkowanie po czasie równania (1.1). Dodatkowo, gdy równowaga sił w prętach inicjującym i odbierającym jest zachowana, wówczas prawdziwe jest założenie:

$$\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) = \varepsilon_T(t). \quad (1.5)$$

Zatem w przypadku zachowania równowagi sił wartości naprężenia  $\sigma(t)$ , odkształcenia  $\varepsilon(t)$  oraz prędkości odkształcenia  $\dot{\varepsilon}(t)$  są obliczane na podstawie następujących równań:

$$\sigma(t) = E_b \left( \frac{\phi_b}{\phi_s} \right)^2 |\varepsilon_T(t)|, \quad (1.6a)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{2C_b}{L_s} \int_0^t |\varepsilon_R(\xi)| d\xi, \quad (1.6b)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{2C_b}{L_s} |\varepsilon_R(t)|. \quad (1.6c)$$

Po obliczeniu średniej wartości prędkości odkształcenia  $\dot{\varepsilon}(t)$  można określić termiczno-lepkoplastyczne zachowanie materiału  $\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$ .

W tym rozdziale zostaną przedstawione najważniejsze problemy, jakie należy uwzględnić podczas testu dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona, aby uzyskać rzetelne wyniki (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011).

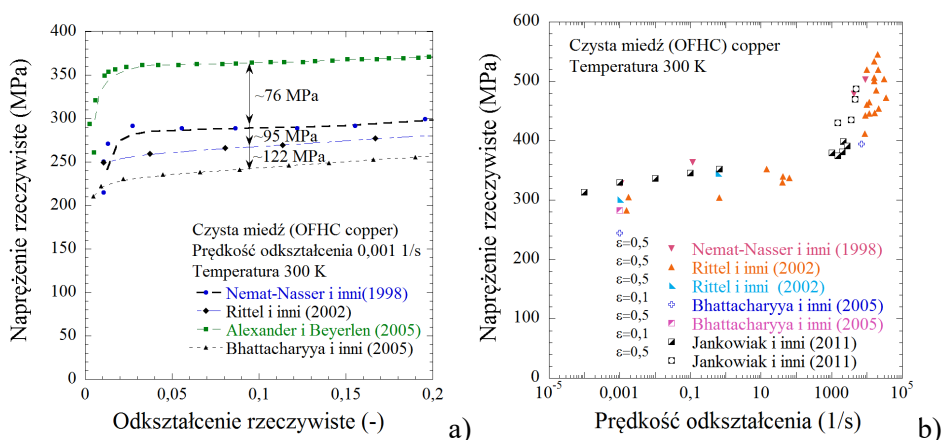


Opisywane trudności mogą się pojawić zarówno na etapie projektowania eksperymentu, jak i na etapie analizy wyników.

Podstawowymi czynnikami, które mają wpływ na wynik testu dynamicznego ściskania, są: tarcie, bezwładność próbki, zniekształcenie końców prętów podczas uderzenia w próbkę (ang. *punching effect*), dyspersja geometryczna, kształt strefy kontaktu pocisk–pręt inicjujący oraz warstwowa budowa próbki. Prezentowane wnioski wynikają z analizy literatury przedmiotu (Avitzur 1964, Bell 1973, Couque i in. 2001, Dharan, Hauser 1970, Kuhn, Medlin 2000, Lichtenberger i in. 1999, Moćko, Kowalewski 2011, Rusinek, Klepaczek 2003, Rusinek i in. 2008, Szolc, Kowalewski 2014) oraz własnych prac (Jankowiak, Klepaczek, Łodygowski 2006, Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Kii i in. 2014 oraz Zhong i in. 2015). Aby przedstawić wpływ wymienionych czynników na wyniki testu, niezbędne jest sprzężenie dwóch technik: eksperymentalnej oraz numerycznej. Zapewni to poprawę dokładności analizowanych wyników eksperymentalnych uzyskanych z użyciem pręta Hopkinsona.

Wymienione powyżej czynniki, związane z geometrią próbki i prętów pomiarowych oraz z warunkami brzegowymi, podczas testu dynamicznego ściskania są przyczyną istotnych zakłóceń pomiarów, a w konsekwencji niedokładności wyników (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Zhong i in. 2015). Przykład niech stanowią testy na próbkach z czystej miedzi, wykonane i opisane przez wielu badaczy (Alexander, Beyerlein 2005, Bhattacharyya, Rittel, Ravichandran 2005, Nemat-Nasser, Ni, Okinaka 1998 oraz Rittel, Ravichandran, Lee 2002). W publikacjach tych wskazuje się różne poziomy naprężenia płynięcia w próbkach z czystej miedzi, przy czym różnice między nimi wynoszą 76 MPa, 95 MPa i 122 MPa przy naprężeniu płynięcia wynoszącym ok. 300 MPa (patrz rys. 1.3a). Na rysunku 1.3b przedstawiono wpływ prędkości odkształcenia na poziom naprężenia podczas ściskania dynamicznego. Porównano na nim wyniki własnych testów, przeprowadzonych w 2011 r. (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011), oraz prezentowanych w literaturze testów z uwzględnieniem dwóch poziomów odkształcenia (0,1 i 0,5). Mimo że we wszystkich przypadkach testowanym materiałem była czysta miedź, uzyskano zdecydowanie różne wyniki. Różnice te stanowią błędy, które nie mogą zostać pominięte. Pełna analiza przyczyn tych błędów zostanie przeprowadzona ze szczególnym uwzględnieniem przypadku ściskania dynamicznego.

Powyższe wyniki testów wykonanych na próbkach z czystej miedzi w symulacjach komputerowych muszą być stosowane ze szczególną ostrożnością. Również symulacje dynamiczne, w których dochodzi do dużych deformacji i znacznych prędkości odkształcenia w szerokim zakresie temperatury, mogą stanowić trudność, gdyż zmienność danych jest wówczas jeszcze większa.



Rys. 1.3. Zachowanie czystej miedzi podczas ściskania (ang. *oxygen free high conductivity (OFHC) copper*); a) ściskanie quasi-statyczne, b) wrażliwość na prędkość odształcenia

A zatem, pomimo że różni autorzy stosowali ten sam materiał, uzyskali różne wyniki ściskania zarówno dynamicznego, jak i quasi-statycznego. Jest to spowodowane tym, że w eksperymentach bierze się pod uwagę różne warunki, co dotyczy szczególnie geometrii i warunków brzegowych. W tej monografii zostanie zaprezentowana pełna procedura testowania materiałów podczas ściskania statycznego i dynamicznego. Dzięki temu wyniki badań eksperymentalnych są niezależne od warunków przyjętych podczas testu, co pozwoli w dalszej kolejności wyprowadzić wiarygodne prawo konstytutywne i przeprowadzić realistyczne symulacje. W tym celu niezbędne jest sprzężenie metod eksperymentalnych i symulacji komputerowych.

### 1.1. Tarcie między próbką a prętami pomiarowymi

Pierwszym omawianym czynnikiem jest wpływ tarcia, analizowany wcześniej przez Klepaczkę (Klepaczko 2007, Klepaczko, Malinowski 1977). Tarcie zachodzące między próbką a tarczami ścisakującymi (badania quasi-statyczne) lub między próbką a prętami pomiarowymi (badania dynamiczne) wprowadza do systemu dodatkową energię, która zwiększa ogólnie poziom siły ścisakującej i powoduje zmianę krzywej napężenie–odkształcenie.

Model Klepaczki-Malinowskiego umożliwia korekcję krzywej napężenie–odkształcenie z uwzględnieniem wpływu współczynnika kształtu próbki  $s_0 = L_0/\phi_0$  na wzrost napężenia podczas ściskania spowodowany przez tarcie (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Klepaczko, Malinowski 1977). W takim przypadku zmierzone wartości napężenia można wyrazić następująco:

$$\sigma_{\text{meas}} = \sigma_{\text{mat}} + \Delta\sigma_{\text{fric}}. \quad (1.7)$$

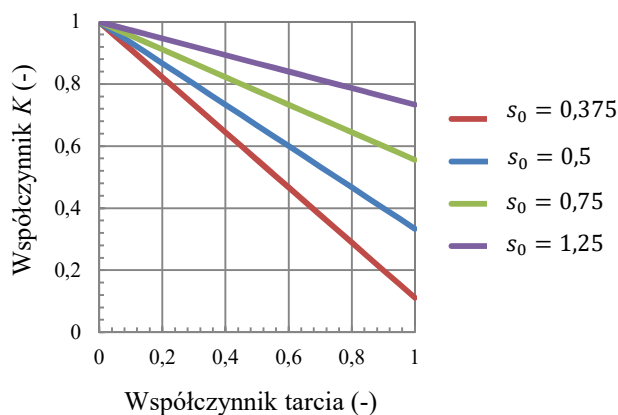
W równaniu (1.7)  $\sigma_{\text{mat}}$  jest naprężeniem w materiale, a  $\Delta\sigma_{\text{fric}}$  jest wzrostem naprężenia spowodowanym przez tarcie. A zatem naprężenie w materiale można określić z uwzględnieniem tarcia za pomocą następującej zależności:

$$\sigma_{\text{mat}} = \sigma_{\text{meas}} - \Delta\sigma_{\text{fric}} = \sigma_{\text{meas}} - \sigma_{\text{meas}} \frac{\mu \phi_s}{3 L_s} = \sigma_{\text{meas}} \left( 1 - \frac{\mu}{3s_0} \right). \quad (1.8)$$

W wyniku podzielenia równania (1.8) przez  $\sigma_{\text{meas}}$  oraz po wprowadzeniu oznaczenia  $K$  jako stosunku naprężenia w materiale do wartości zmierzonych  $\sigma_{\text{mat}}/\sigma_{\text{meas}}$  równanie (1.8) przybiera formę:

$$K = 1 - \frac{\mu}{3s_0}. \quad (1.9)$$

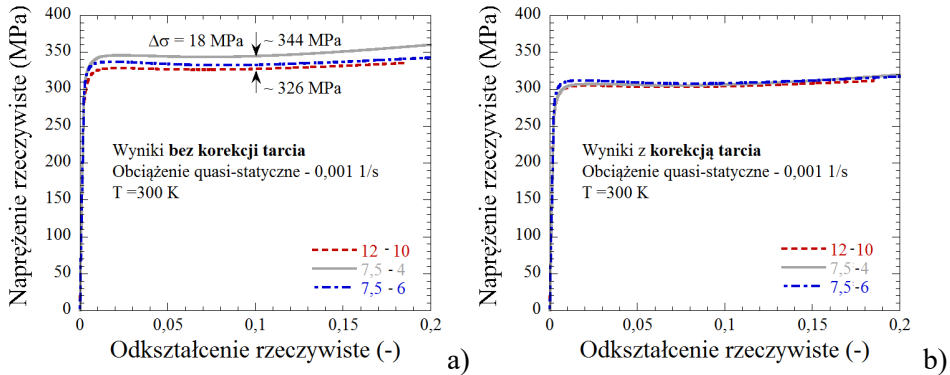
Wartość współczynnika  $K$  jest zależna od wartości współczynnika tarcia  $\mu$ . Oczywiście im większy jest współczynnik tarcia  $\mu$ , tym bardziej maleje współczynnik  $K$ , co oznacza, że zmierzone wartości naprężenia różnią się od naprężenia występującego w materiale. Założono, że średnica próbki  $\phi_0$  jest stała, natomiast zmienia się jej wysokość  $L_0$ , co wpływa na zmianę współczynnika  $s_0$ . Na rysunku 1.4 przedstawiono zależności między współczynnikami  $\mu$  oraz  $K$  dla czterech wybranych wartości współczynnika kształtu  $s_0$  z zakresu od 0,375 do 1,25.



Rys. 1.4. Wpływ współczynnika tarcia  $\mu$  na wartość współczynnika  $K$  dla czterech wartości współczynnika kształtu próbki  $s_0$

Im mniejsza jest długość próbki  $L_s$  przy stałej średnicy  $\phi_s$ , tym większy jest wpływ tarcia, co oznacza spadek wartości współczynnika  $K$  (patrz rys. 1.4). Model Klepaczki-Malinowskiego, wykorzystywany do korekcji tarcia, zostanie

poniżej sprawdzony z uwzględnieniem przypadku dynamicznego. Na rysunku 1.5a przedstawiono, jak kształtują się wyniki testów quasi-statycznych dla różnych wymiarów próbek: 12 mm × 10 mm, 7,5 mm × 4 mm oraz 7,5 mm × 6 mm (średnica × długość). Widać wyraźnie, że odczytane poziomy naprężenia różnią się o 18 MPa. Po korekcji uwzględniającej wpływ tarcia, zależny od współczynnika kształtu  $s_0$ , wyniki uzyskane dla różnych wymiarów próbek są zbliżone (patrz rys. 1.5b).



Rys. 1.5. Porównanie wyników testów ściskania trzech próbek z czystej miedzi o różnych wymiarach; a) bez korekcji tarcia, b) z korekcją tarcia

Analizy wpływu tarcia podczas ściskania dynamicznego dokonano z wykorzystaniem symulacji komputerowych, ponieważ w tym przypadku istnieje możliwość założenia wybranej wartości współczynnika tarcia i sprawdzenia jej wpływu na wzrost naprężenia. W tym celu utworzono model numeryczny uwzględniający pocisk, pręty pomiarowe oraz próbkę. Jednak zarówno podczas weryfikacji symulacji komputerowych, jak i w trakcie rzeczywistych eksperymentów laboratoryjnych powinno się wykonywać obliczenia wstępne, aby na tej podstawie wykazać, czy wyniki korespondują z rezultatami zastosowania uproszczonego modelu analitycznego, opartego na teorii propagacji fal sprężystych w prętach.

Jak już wspomniano, podstawowymi elementami systemu pomiarowego, służącymi następnie do określenia dynamicznego zachowania materiału w teście ściskania dynamicznego z użyciem pręta Hopkinsona, są pocisk, pręt inicjujący, pręt odbierający oraz testowana próbka, znajdująca się podczas testu między tymi prętami. W omawianym przypadku (próbka z czystej miedzi) stosowano pręty stalowe o długości 1,5 m i średnicy  $\phi_b = 0,018$  m. Pocisk miał tę samą średnicę i długość  $L_p = 0,3$  m. Moduł Younga stali, z której wykonane były pręty i pocisk,  $E_b = 210\,000$  MPa, a jej gęstość  $\rho_b = 7800$  kg/m<sup>3</sup>. Pocisk uderzał w pręt inicjujący z prędkością początkową  $V_0 = 10$  m/s. W prezento-

wanych poniżej obliczeniach uproszczonych średnica próbki  $\phi_s = 0,008$  m, a jej długość  $L_s = 0,004$  m. Przy założeniu, że naprężenie płynięcia w próbce  $\sigma_y = 300$  MPa, możliwe było przeprowadzenie uproszczonych (analitycznych) obliczeń fal zarówno w pręcie inicjującym, jak i odbierającym (patrz tab. 1.1).

Tabela 1.1. Uproszczone równania wykorzystane do obliczeń wstępnych

Wielkość określana	Równanie	Numer
Prędkość fali sprężystej w prętach:	$C_b = \sqrt{\frac{E_b}{\rho_b}}$	(1.10)
Naprężenie i odkształcenie fali inicjującej:	$\sigma_I = \frac{\rho_0 C_b V_0}{2}; \varepsilon_I = \frac{\sigma_I}{E_b}$	(1.11)
Naprężenie i odkształcenie fali transmitowanej:	$\sigma_T = \sigma_y \left(\frac{\phi_s}{\phi_b}\right)^2; \varepsilon_T = \frac{\sigma_T}{E_b}$	(1.12)
Naprężenie i odkształcenie fali odbitej:	$\sigma_R = \sigma_I - \sigma_T; \varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E_b}$	(1.13)
Długość impulsu:	$\Delta t = \frac{2L_p}{C_b}$	(1.14)
Globalna prędkość odkształcenia:	$\dot{\varepsilon} = \frac{2C_b}{L_s} \varepsilon_R$	(1.15)
Globalne odkształcenie:	$\varepsilon = \dot{\varepsilon} \Delta t$	(1.16)

Zastosowanie zależności podanych w tab. 1.1 umożliwiło oszacowanie wyników i zapewniło uzyskanie w symulacjach komputerowych powtarzalnych rezultatów, zawsze podlegających kontroli. W tabeli 1.2 przedstawiono wyniki uzyskane z użyciem równań (1.10)–(1.16).

Tabela 1.2. Wyniki uzyskane z uwzględnieniem właściwości i geometrii badanego układu z zastosowaniem równań (1.10)–(1.16) (tab. 1.1)

$C_b$	$\sigma_I$	$\varepsilon_I$	$\sigma_T$	$\varepsilon_T$
5188,74 m/s	202,36 MPa	963,62 $\mu\text{m}/\text{m}$	59,25 MPa	282,18 $\mu\text{m}/\text{m}$
(1.10)	(1.11)		(1.12)	
$\sigma_R$	$\varepsilon_R$	$\Delta t$	$\dot{\varepsilon}$	$\varepsilon$
143,10 MPa	681,43 $\mu\text{m}/\text{m}$	115,63 $\mu\text{s}$	1767,90 1/s	0,20
(1.13)		(1.14)	(1.15)	(1.16)

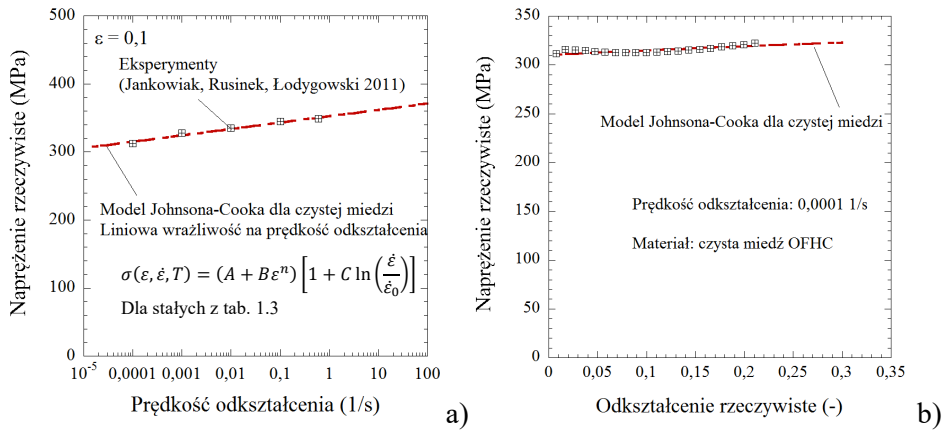
Taka uproszczona analiza powinna poprzedzać zarówno rzeczywiste testy laboratoryjne, jak i symulacje komputerowe zjawisk zachodzących w prętach podczas ściskania dynamicznego. Aby pokazać wpływ tarcia na uzyskane wyniki (na krzywą naprężenie–odkształcenie), należało wykorzystać pełen model komputerowy, uwzględniający wszystkie omawiane zjawiska. Model pręta Hopkinsona zawierał, tak jak stanowisko eksperymentalne, cztery podstawowe elementy: pocisk, pręt inicjujący, pręt odbierający oraz próbkę. Wymiary oraz właściwości sprężyste elementów systemu zostały przedstawione powyżej (analiza uproszczona). Jednak istotna różnica polegała na tym, że w symulacjach zastosowano w przypadku czystej miedzi model uwzględniający wyniki badań quasi-statycznych zaprezentowanych na rys. 1.3 i 1.5. Parametry modelu materiału przyjętego w symulacjach komputerowych skalibrowano na podstawie testów eksperymentalnych na próbkach z czystej miedzi o granicy plastyczności  $\sigma_y^{\text{static}} \approx 300$  MPa i o niewielkim wzmocnieniu odkształceniowym. W prezentowanych symulacjach komputerowych zastosowano funkcję wzmocnienia Johnsona-Cooka (JC), uwzględniającą termiczno-lepkoplastyczne zachowanie czystej miedzi (Johnson, Cook 1983 oraz Johnson, Cook 1985) zgodnie z równaniem:

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = (A + B\varepsilon^n) \left[ 1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \right] \left[ 1 - \left(\frac{T - T_0}{T_0 - T_m}\right)^m \right]. \quad (1.17)$$

Przyrost temperatury podczas dynamicznego ściskania adiabatycznego zdefiniowano w postaci równania:

$$\Delta T = \frac{\beta}{\rho C_p} \int_0^{\varepsilon_p} \sigma(\xi) d\xi. \quad (1.18)$$

Na rysunku 1.6a przedstawiono zmiany poziomu naprężenia rzeczywistego dla odkształcenia równego 0,1 i różnych prędkości odkształcenia. Porównano wyniki eksperymentalne (punkty) z uzyskanymi na podstawie modelu JC (linia czerwona) po wyznaczeniu jego parametrów. Procedurę wyznaczania parametrów modeli konstytutywnych przedstawiono między innymi w pracy (Moćko, Kowalewski 2012). Do ich identyfikacji na podstawie optymalizacji metodą najmniejszych kwadratów wykorzystano również wyniki testów ściskania quasi-statycznego przy prędkości odkształcenia równej 0,0001 1/s (patrz rys. 1.6b) (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011).



Rys. 1.6. Porównanie wyników eksperymentalnych z uzyskanymi za pomocą modelu JC; a) wpływ prędkości odkształcenia na naprężenie rzeczywiste podczas ściskania próbek z czystej miedzi, b) krzywa naprężenie–odkształcenie rzeczywiste dla ściskania quasi-statycznego przy prędkości odkształcenia równej 0,0001 1/s

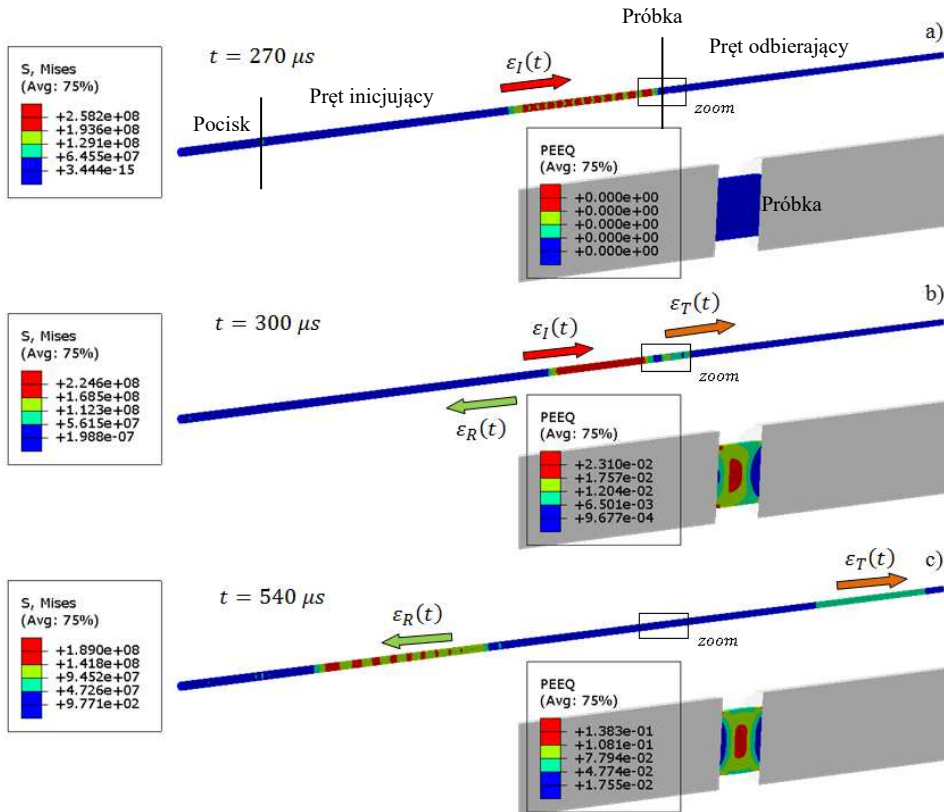
Stałe materiałowe czystej miedzi zastosowane w symulacjach komputerowych przedstawiono w tab. 1.3.

Tabela 1.3. Stałe materiałowe dla modelu Johnsona-Cooka

$A$	$B$	$n$	$C$	$\dot{\epsilon}_0$	$m$
310 MPa	37,35 MPa	0,88	0,0129	0,0001 1/s	1,632
$T_0$	$T_m$	$\beta$	$\rho$	$C_p$	$E_{\text{OFHC}}$
297 K	1600 K	0,9	8960 kg · m <sup>-3</sup>	450 J · kg · K <sup>-1</sup>	120 000 MPa

Z wykorzystaniem programu Abaqus/Explicit, w którym równania ruchu są rozwiązywane za pomocą jawnej metody całkowania, uzyskano rozwiązanie omawianego problemu. Na skutek uderzenia pocisku w prętach propagowała się fala sprężysta oraz dochodziło do wzajemnej interakcji czterech elementów systemu. Podczas eksperymentu i podczas obliczeń fale sprężyste mierzono w tych samych punktach. Wizualizację propagacji fal w systemie pomiarowym zaprezentowano na rys. 1.7. Przedstawiono na nim zmiany zachodzące w systemie w trzech chwilach czasowych, tzn. 270  $\mu\text{s}$ , 300  $\mu\text{s}$  i 540  $\mu\text{s}$  po uderzeniu pocisku w pręt inicjujący. Na rysunku 1.7a widać, jak fala inicjująca dociera do próbki, która jeszcze nie jest obciążona, co przejawia się zerowymi odkształceniami plastycznymi. Na rysunku 1.7b fala inicjująca dochodzi do próbki. W tym momencie zaczyna się proces jej dynamicznego ściskania, co jest widoczne jako powiększające się trwale odkształcenie plastyczne zredukowane wg hipotezy

Hubera-Misesa (PEEQ) (Łodygowski 1996). Następnie fala przemieszcza do pręta odbierającego, a jej część jest odbijana i powraca jako fala rozciągająca. W dalszym ciągu fale propagują się wzdłuż prętów, a próbka jest odciążana. Dochodzi do utraty kontaktu między elementami systemu i energia całkowita na skutek tłumienia maleje do zera. Z punktu widzenia eksperymentu najistotniejsze jest pierwsze przejście fali. Na podstawie pomiaru odkształcenia sprężystego w obu prętach i z zastosowaniem równania (1.6) uzyskuje się wartości naprężenia, odkształcenia i prędkości odkształcenia.

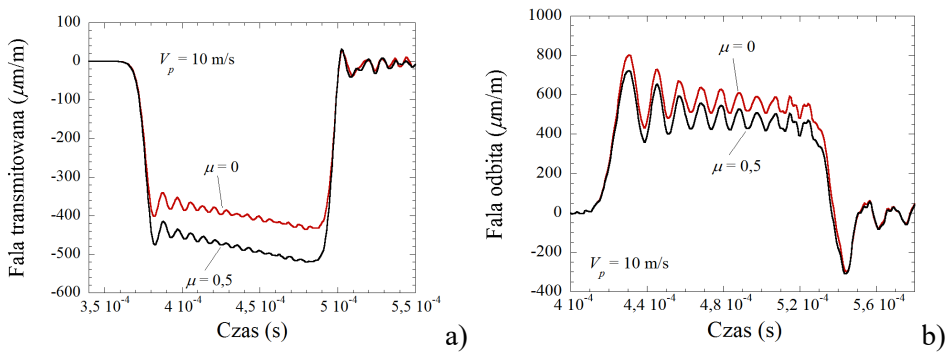


Rys. 1.7. Wyniki symulacji komputerowej propagacji fal w prętach podczas testowania próbki z czystej miedzi; a) dotarcie fali inicjującej do próbki, b) utworzenie się fal odbitej i transmitowanej, c) powrót fali odbitej

W modelu numerycznym założono zachowanie materiału zgodne z modelem wzmocnienia JC i parametrami materiałowymi podanymi w tab. 1.3. A zatem na podstawie różnic między wartościami zmierzonymi i założonymi można było określić wpływ systemu pomiarowego na uzyskane wyniki.



W kolejnym kroku tych rozważań zostanie zaprezentowany wpływ tarcia na przebieg zmian zarówno w przypadku fali transmitowanej, jak i odbitej. Jak wynika z równania (1.6), na podstawie fali transmitowanej oblicza się poziom naprężenia w próbce, a na podstawie fali odbitej oblicza się odkształcenie i prędkość odkształcenia. Na rysunkach 1.8a i 1.8b przedstawiono różnicę między amplitudami fal, odpowiednio, transmitowanej i odbitej dla dwóch wartości współczynnika tarcia: 0 oraz 0,5. Jak widać, warunki tarcia miały wpływ szczególnie na amplitudę fali transmitowanej (rys. 1.8a). Ta różnica wpływa na określane zachowanie materiału, tzn. na krzywą naprężenie–odkształcenie dla konkretnej wartości prędkości odkształcenia.

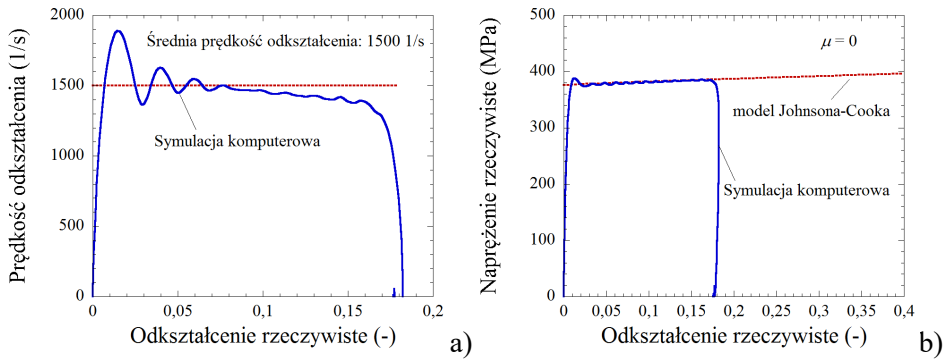


Rys. 1.8. Wpływ tarcia na amplitudę fali: a) transmitowanej, b) odbitej dla prędkości pocisku 10 m/s

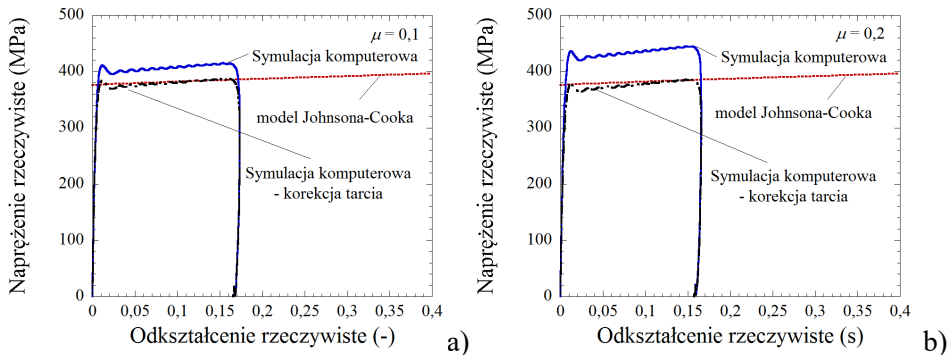
Na podstawie sygnałów fal transmitowanej i odbitej uzyskanych w wyniku symulacji komputerowej i z uwzględnieniem prawa konstytutywnego określonego równaniami (1.17)–(1.18) oraz parametrów materiałowych przedstawionych w tab. 1.3 wyznaczono przebieg zmian prędkości odkształcenia, a także krzywą naprężenie–odkształcenie (patrz rys. 1.9). Należy zwrócić uwagę, że dla  $\mu = 0$  uzyskano w symulacji komputerowej wynik (krzywą naprężenie–odkształcenie) identyczny z założonym w modelu materiału (patrz rys. 1.9b). W przypadku prezentowanym w tym rozdziale obliczenia wykonano dla prędkości pocisku równej 10 m/s, w wyniku czego wyznaczono średnią prędkość odkształcenia równą 1500 1/s. Na rysunku 1.9a widać ponadto, jak zmieniła się globalna prędkość odkształcenia (linia niebieska) w symulacji komputerowej.

Dla współczynników tarcia większych niż 0 zaobserwowano różnicę między wartościami naprężenia zmierzonymi na podstawie fal sprężystych w prętach inicjującym i odbierającym a wartością założoną w modelu. W miarę wzrostu współczynnika tarcia zwiększała się różnica między wartościami przyjętymi w modelu a wynikami symulacji. Gdy współczynnik tarcia był równy 0,1, różnica ta wynosiła ok. 25 MPa, a gdy był równy 0,2, zwiększała się do ok.

50 MPa. Dopiero zastosowanie korekcji współczynnika tarcia doprowadziło do uzyskania rezultatów zgodnych z zadaniem modelem JC (patrz czarne krzywe na rys. 1.10a i b).

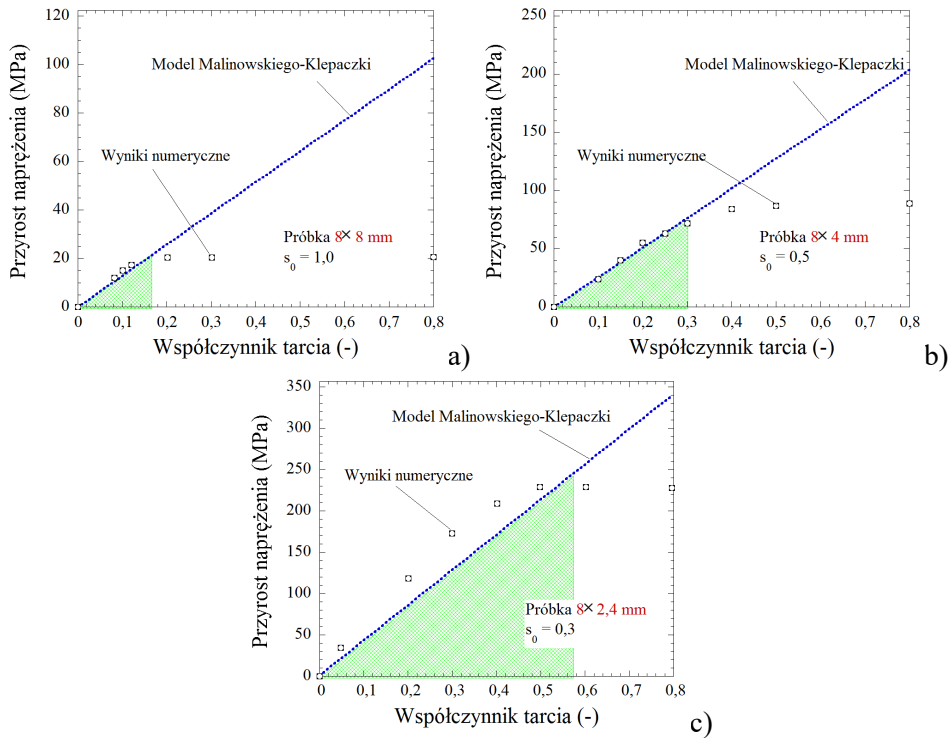


Rys. 1.9. Prędkość odkształcenia (a) oraz naprężenie rzeczywiste (b) dla prędkości pociśku 10 m/s i współczynnika tarcia  $\mu = 0$  (symulacja komputerowa)



Rys. 1.10. Naprężenia rzeczywiste dla dwóch wartości współczynnika tarcia:  
 a)  $\mu = 0,1$  i b)  $\mu = 0,2$  (symulacja komputerowa)

Kolejnym analizowanym czynnikiem był współczynnik kształtu próbek  $s_0$ , mający wpływ na przyrost naprężenia wywołany tarcie. Na rysunku 1.11 pokazano weryfikację numeryczną modelu Klepaczki-Malinowskiego, stosowanego powszechnie w celu korekcji efektu tarcia. Przyjęto trzy długości próbki (8 mm, 4 mm i 2,4 mm) oraz średnicę próbki równą 8 mm.



Rys. 1.11. Porównanie wyników symulacji komputerowych i wartości przyjętych w modelu Klepaczki-Malinowskiego dla różnych wartości współczynnika kształtu próbki  $s_0$  (opis w tekście)

Na podstawie testu dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona wykazano, że im mniejsza była długość próbki, tym większy był przyrost naprężenia. Zakres stosowalności modelu również się zwiększył (zielone pole na rys. 1.11a i b). W przypadku bardzo krótkich próbek, o długości 2,4 mm (rys. 1.11c), widać ponadto, że już dla małych współczynników tarcia wartości naprężenia przyjęte w modelu Klepaczki-Malinowskiego różnią się od wyników symulacji komputerowej, a dla  $\mu = 0,3$  błąd osiągnął nawet 50 MPa. Bezpośrednią przyczyną takiego stanu rzeczy była silna lokalizacja odkształcenia plastycznego w krótkich próbkach i szybki wzrost wzmocnienia odkształceniowego. Zatem używanie tak krótkich próbek wydaje się błędne mimo osiągnięcia dużej prędkości odkształcenia, ponieważ prowadzi to do dużych błędów przy określaniu poziomu naprężenia.

Omówione powyżej zjawiska są istotne nie tylko w przypadku testów dynamicznych, ale i quasi-statycznych. Zatem sugeruje się, aby w przypadku testów ściskania określić, jaki założono współczynnik tarcia (jest on zawsze większy od 0 mimo zastosowania substancji smarujących). Dodatkowo należa-

łoby podawać wymiary próbki zastosowanej w badaniach. Może to być pomocne w określeniu rzeczywistego zachowania testowanego materiału.

## 1.2. Bezwładność próbki

Kolejnym czynnikiem, który musi być brany pod uwagę podczas testu ściskania dynamicznego, jest bezwładność próbki (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Klepaczek, Malinowski 1977 oraz Moćko, Kowalewski 2011). Podobnie jak w przypadku tarcia, także w tym przypadku zastosowano równania (1.7) i (1.8), rozszerzone o element związany z bezwładnością. W modelu Klepaczki-Malinowskiego uwzględnia się oprócz wzrostu wartości naprężenia związanego z tarcielem również wzrost naprężenia wywołany bezwładnością próbki w kierunkach podłużnym i promieniowym zgodnie z zależnością:

$$\sigma_{\text{meas}} = \sigma_{\text{mat}} + \Delta\sigma_{\text{fric}} + \Delta\sigma_{\text{int}}. \quad (1.19)$$

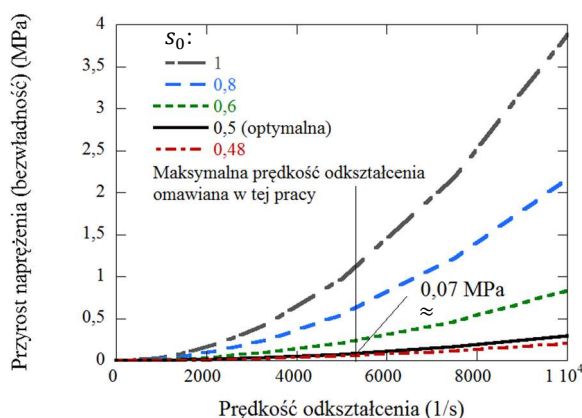
W równaniu (1.19)  $\Delta\sigma_{\text{int}}$  jest przyrostem naprężenia spowodowanym bezwładnością próbki, który można określić w następujący sposób:

$$\Delta\sigma_{\text{int}} = \frac{1}{12} \rho \phi_0^2 \left( s_0^2 - \frac{3}{16} \right) (\dot{\epsilon}^2 + \ddot{\epsilon}) - \frac{3}{64} \rho \phi_0^2 \ddot{\epsilon}. \quad (1.20)$$

Okazało się, że przy założeniu, iż w równaniu (1.20)  $\ddot{\epsilon} \rightarrow 0$  (przyspieszenie odkształcenia), przyrost naprężenia związany z bezwładnością był mały w porównaniu z efektem tarcia. Takie założenie przyjęto na podstawie wyników wcześniejszych symulacji komputerowych. Omawiana czysta miedź nie wykazuje dużego wzmocnienia odkształceniowego podczas pojawiania się odkształcenia plastycznego. Na rysunku 1.12 przedstawiono wpływ współczynnika kształtu próbki  $s_0$  na przyrost naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}$ . W krótkiej próbce o współczynniku kształtu  $s_0 = 0,5$  wzrost naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\dot{\epsilon}} < 0,3$  MPa przy prędkości odkształcenia rzędu  $10^4$  1/s. W opisywanych badaniach próbek z czystej miedzi określono maksymalną prędkość odkształcenia równą 4800 1/s. Przyrost naprężenia wynosił wtedy 0,07 MPa (rys. 1.12).

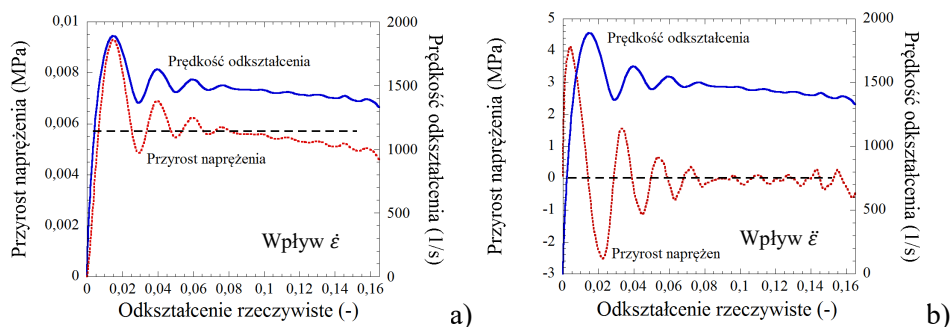
Aby określić wpływ przyspieszenia odkształcenia  $\ddot{\epsilon} \neq 0$  na przyrost naprężenia, przeanalizowano zmianę prędkości odkształcenia w symulacji komputerowej, przedstawioną wcześniej na rys. 1.9a.

Równanie (1.20) rozłożono na dwa człony, zależne od  $\dot{\epsilon}$  (prędkość odkształcenia) i od  $\ddot{\epsilon}$  (przyspieszenie odkształcenia), które obliczono z wykorzystaniem zależności przedstawionej na rys. 1.9a. Na tej podstawie na rys. 1.13 porównano przyrosty naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\dot{\epsilon}}$  i  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\ddot{\epsilon}}$  spowodowane prędkością (rys. 1.13a) i przyspieszeniem (rys. 1.13b) odkształcenia. Widać wyraźnie, że dla



Rys. 1.12. Przyrost naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\dot{\epsilon}}$  spowodowany efektami bezwładności w próbkach o różnej geometrii

prędkości odkształcenia równej około 1500 1/s, którą uzyskano dla prędkości pocisku  $V_0 = 10$  m/s, przyrosty naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\dot{\epsilon}}$  i  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\ddot{\epsilon}}$  były niewielkie. Największy wpływ prędkości odkształcenia  $\dot{\epsilon}$  zaobserwowano w przypadku małych wartości odkształcenia, rzędu od 0 do 0,08, kiedy to przyrost naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\dot{\epsilon}}$  osiągał maksimum, równe około 4 MPa. Wpływ przyspieszenia odkształcenia  $\ddot{\epsilon}$  na przyrost naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}^{\ddot{\epsilon}}$  również był niewielki. Jak widać na rys. 1.13b, był on większy w przypadku małego odkształcenia ( $< 0,01$ ), a następnie malał, w miarę jak odkształcenie się powiększało.



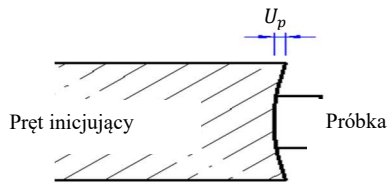
Rys. 1.13. Wpływ: a) prędkości odkształcenia oraz b) przyspieszenia odkształcenia na przyrost naprężenia  $\Delta\sigma_{\text{int}}$

Jak wynika z powyższej analizy, rzeczywisty wpływ bezwładności próbek jest dużo mniejszy niż wpływ tarcia, który należy uznać za istotny i niepomijalny. Szczególnie w przypadku eksperymentów quasi-statycznych można

zamiast pełnego modelu Klepaczki-Malinowskiego (równanie 1.20) stosować model uproszczony (równanie 1.8), zaproponowany również przez Daviesa i Huntera (Davies, Hunter 1963).

### 1.3. Zniekształcenie końców prętów podczas uderzenia w próbkę

Podczas analizy wyników testu ściskania dynamicznego należy również brać pod uwagę zniekształcenie końców prętów podczas uderzenia w próbkę (ang. *punching effect*) (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Safa, Gary 2010), powodujące błędne określenie jej odkształcenia. Na rysunku 1.14 przedstawiono zniekształcenie pręta inicjującego przy uderzeniu w próbkę. Ta deformacja ma charakter sprężysty, ale towarzyszy jej przemieszczenie  $U_p(r, t)$ , które musi być uwzględnione przy określaniu zmiany długości próbki i jej odkształcenia. Eksperymentalne wyznaczenie odległości  $U_p$  jest trudne, więc zastosowano w tym celu analizę numeryczną.



Rys. 1.14. Schemat zniekształcenia końca pręta inicjującego podczas uderzenia w próbkę

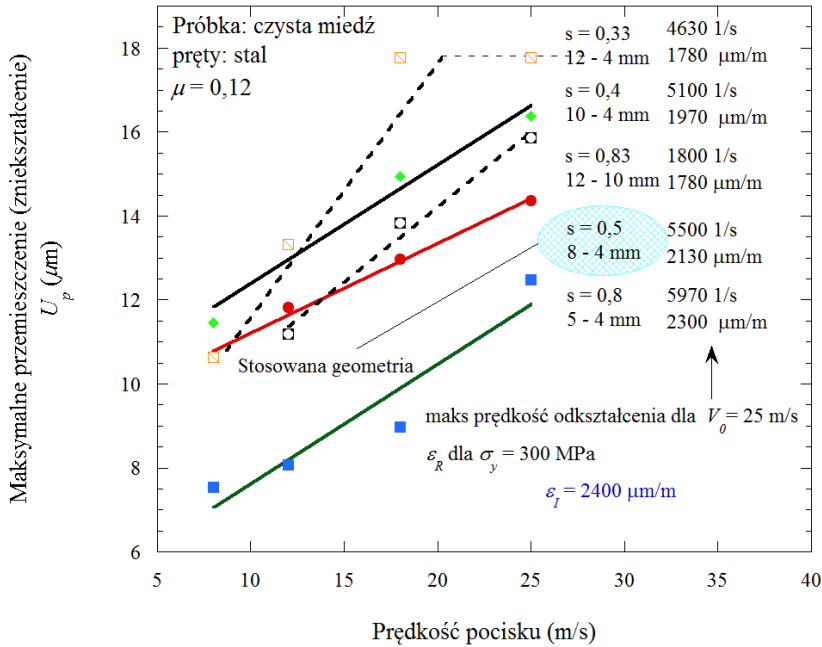
Poniżej zostanie przeanalizowany wpływ przemieszczenia  $U_p$  na średnie odkształcenie próbki  $\varepsilon(t)$ . Aktualną długość próbki  $L(t)$  podczas testu można określić równaniem:

$$L(t) = L_s - |\delta_{\text{SHPB}}(t)| - 2U_p(r = 0, t). \quad (1.21)$$

W równaniu tym  $\delta_{\text{SHPB}}(t)$  jest przemieszczeniem końca pręta obliczonym z wykorzystaniem teorii fal sprężystych. Dodatkowo pojawia się również przemieszczenie  $U_p(r = 0, t)$ . Jego wartość zależy od geometrii próbki i średnicy prętów inicjującego i odbierającego, ale również od granicy plastyczności badanego materiału (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Wang, Meyer 2010). Zgodnie z rekomendacjami znanymi z literatury, aby zminimalizować zniekształcenie prętów, podczas testu powinna być spełniona następująca nierówność:

$$L_0 \leq C_0^{\text{spec}} \frac{\sigma_y^{\text{spec}}}{E_{\text{spec}} \dot{\varepsilon}_{\text{macro}}} \quad \text{dla} \quad \sigma_y^{\text{spec}} > \sigma_y^{\text{SHPB}}. \quad (1.22)$$

W nierówności (1.22)  $E_{\text{spec}}$  jest modułem Younga próbki,  $\sigma_y^{\text{spec}}$  jest granicą sprężystości próbki, a  $\dot{\epsilon}_{\text{macro}}$  jest makroskopową prędkością odkształcenia próbki. Na rysunku 1.15 przedstawiono zmiany przemieszczenia  $U_p$  (maksymalne zniekształcenie końców prętów) w zależności od prędkości pocisków. Jest pewne, że im większa jest prędkość pocisku  $V_0$ , tym bardziej zwiększa się zniekształcenie prętów  $U_p$ . Dodatkowo widoczna jest tendencja polegająca na tym, że im mniejszy jest współczynnik kształtu  $s_0$  (im krótsza jest próbka), tym bardziej zwiększa się efekt zniekształcenia końców prętów. Należy jednak zauważyć, że efekt zniekształcenia nie jest duży. Przy założeniu, że testowany materiał charakteryzuje się granicą sprężystości  $\sigma_y \approx 300$  MPa dla zakresu prędkości pocisku  $V_0$  stosowanych w testach dynamicznego ściskania, maksymalne zniekształcenie prętów jest równe  $18 \mu\text{m}$ . Jest to równoznaczne z błędem odkształcenia równym 0,007 przy założeniu, że próbka ma długość  $L_0 = 4$  mm.



Rys. 1.15. Maksymalne przemieszczenie (zniekształcenie) końców prętów  $U_p$  w zależności od prędkości pocisku dla różnych kształtów próbek

Zmierzona w teście wartość modułu Younga  $E_{\text{meas}}$  jest mniejsza od wartości teoretycznej  $E_{\text{theor}}$ . Po zastosowaniu zależności:

$$\varepsilon_{\text{corr}}(t) = \varepsilon_{\text{meas}}(t) - \sigma_{\text{meas}}(t) \left[ \frac{E_{\text{theor}} - E_{\text{meas}}}{E_{\text{theor}} E_{\text{meas}}} \right] \quad (1.23)$$

możliwa jest korekcja sztywności testowanego materiału, która w przypadku materiałów ciągliwych nie jest znaczna, jednak ma wpływ na zmiany zachodzące w materiałach kruchych, które nierzadko ulegają zniszczeniu przy odkształceniu nieprzekraczającym 1% (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011).

#### 1.4. Dyspersja geometryczna

Wyniki testu ściskania dynamicznego zależą również od dyspersji geometrycznej fal podłużnych podczas ich propagacji wzdłuż prętów pomiarowych (Davies 1948). Efekt dyspersji pojawia się zarówno w pręcie inicjującym, jak i odbierającym. Jest on związany z różną prędkością propagacji fal o różnej częstotliwości, a w przypadku omawianego eksperymentu ma związek głównie ze średnicą pręta  $\phi_b$ . Zjawisko to wpływa na tłumione oscylacje fal podłużnych oraz na czas narastania fali (ang. *rising time*). Problem dyspersji fal został szczegółowo przeanalizowany w pracy (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011). Wcześniejsze prace, prowadzone przez Skalaka (1957), zostały przedstawione w artykule (Jankowiak, Klepaczko, Łodygowski 2006). Skalak zaproponował rozwiązanie analityczne propagacji fal podłużnych i promieniowych w dwóch półnieskończonych prętach uderzających o siebie czołowo. Określił on występujące wówczas odkształcenia podłużne  $\varepsilon_z$  i promieniowe  $\varepsilon_r$ , które mogą zostać obliczone w dowolnym miejscu pręta w każdej chwili czasowej. Rozwiązanie to może być z powodzeniem zastosowane w przypadku prętów pomiarowych o długości większej niż  $60\phi_b$ . W niniejszej analizie wzięto pod uwagę głównie odkształcenia podłużne, które mogą być obliczone za pomocą następującego wzoru:

$$\varepsilon_z(z, t) = \frac{\partial u_z(z, t)}{\partial z} = \frac{V_0}{C_0} \left\{ \frac{1}{6} + \int_0^{\alpha'} (Ai)(\alpha) d\alpha + \frac{1}{6} + \int_0^{\alpha''} (Ai)(\alpha) d\alpha \right\}. \quad (1.24)$$

W równaniu (1.24) funkcje Airy'ego zdefiniowano w postaci całek:

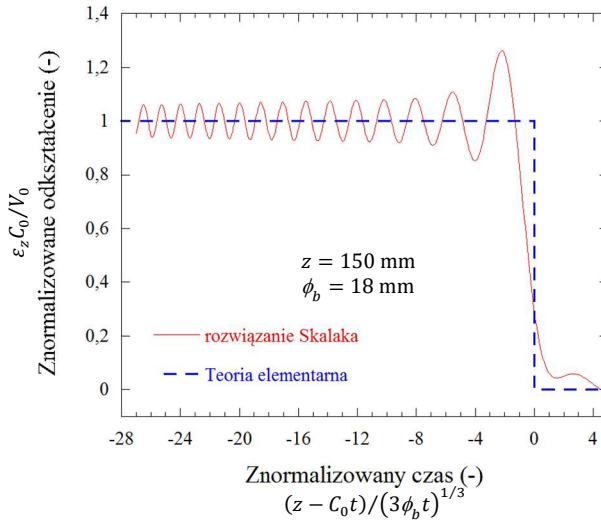
$$(Ai)(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos\left(\alpha\eta + \frac{1}{3}\eta^3\right) d\eta, \quad (1.25)$$

których górne granice określono jako:

$$\alpha' = \frac{z - C_0 t}{\sqrt[3]{3\phi_b t}} \quad \text{i} \quad \alpha'' = \frac{-z - C_0 t}{\sqrt[3]{3\phi_b t}}. \quad (1.26)$$



W równaniach (1.24)–(1.26)  $z$  jest współrzędną mierzoną od miejsca zderzenia obu prętów, a  $\phi_b$  jest średnicą prętów. Z kolei współczynnik Poissona prętów oznaczono jako  $\nu$ . Promieniowe przemieszczenie  $u_r(z, t)$  jest proporcjonalne do początkowej średnicy prętów i wprowadza vibracje ich powierzchni. Objawia się to zaburzeniem fali podłużnej przez wygasające oscylacje odkształcenia podłużnego (patrz rys. 1.16).



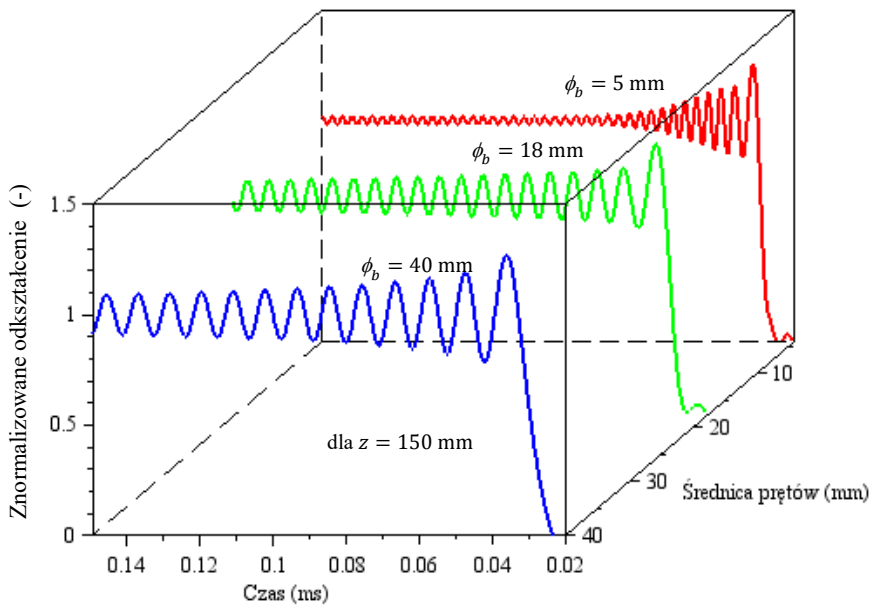
Rys. 1.16. Porównanie rozwiązania Skalaka i linii uzyskanej na podstawie teorii elementarnej

Na rysunku 1.16 krzywa ilustrująca rozwiązanie Skalaka jest porównana z linią uzyskaną na podstawie teorii elementarnej propagacji fal sprężystych w prętach (tab. 1.1). Po osiągnięciu wartości znormalizowanego odkształcenia równej 1, co następuje po czasie narastania fali (ang. *rising time*), intensywność fali oscyluje wokół tej wartości i nigdy nie ulega stłumieniu. W analitycznym rozwiązaniu Skalaka decyduje o tym druga całka Airy'ego, w której efekt tłumienia jest mocno ograniczony w porównaniu z pierwszą całką.

Czas narastania fali odkształcenia w pręcie podczas zderzenia podłużnego jest zależny od średnicy pręta (Wang, Meyer 2010). W dotychczasowych badaniach brano pod uwagę pręty o różnych średnicach i wykonane z różnych materiałów oraz uwzględniono pełen zakres prędkości pocisku stosowany podczas dynamicznego ściskania (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011). Okazało się, że czas narastania fali odkształcenia można oszacować na podstawie następującego równania (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Wang, Meyer 2010):

$$T_r \approx \bar{\lambda}(\text{kształt pocisku}) \frac{\phi_b}{C_0} \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_{\text{flat}} \approx 2,5. \quad (1.27)$$

W przypadku konfiguracji stosowanej w eksperymentach omawianych w tym rozdziale (pociski płasko zakończone,  $\bar{\lambda}_{\text{flat}} \approx 2,5$ ) czas narastania fali odkształcenia  $T_r \approx 9e^{-6}$  s. W przypadku pocisków o innych kształtach  $\bar{\lambda}(\text{kształt pocisku}) \neq 2,5$ . Na rysunku 1.17 pokazano rozwiązanie Skalaka dla różnych średnic prętów. Jak widać, im mniejsza jest średnica pręta, tym większa jest częstotliwość oscylacji. Zależność ta ma szczególnie znaczenie w przypadku testowania materiałów kruchych, które często pękają właśnie w czasie pierwszego maksimum, kiedy trudno jest określić wytrzymałość materiału. Właśnie w badaniach materiałów kruchych powinno się stosować pręty o małej średnicy, co jest często niemożliwe w przypadku materiałów silnie niejednorodnych (np. betonu).



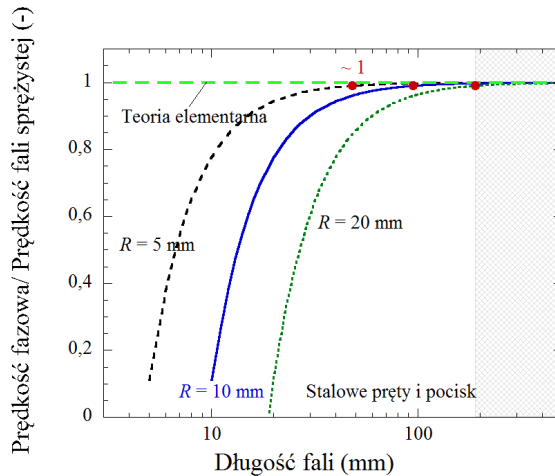
Rys. 1.17. Rozwiązanie Skalaka dla różnych średnic prętów  $\phi_b$  (5 mm, 18 mm i 40 mm)

Należy zwrócić uwagę na to, że rozwiązanie Skalaka dotyczy zderzenia dwóch prętów półnieskończonych. W omawianym eksperymencie pocisk o skończonej długości uderzał w pręt inicjujący. Można więc było określić zależność stosunku prędkości fazowej  $C_f$  do prędkości fali sprężystej  $C_0$  od długości fali  $\lambda$  wywołanej przez uderzenie pocisku; w tym celu zastosowano następujące równanie (Klepaczko 2007, Skalak 1957):

$$\frac{C_f}{C_0} = 1 - \pi^2 v^2 \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2. \quad (1.28)$$

Interpretacja graficzna zależności (1.28) została zaprezentowana na rys. 1.18 dla trzech przykładowych promieni prętów pomiarowych: 5 mm, 18 mm i 40 mm. Widać wyraźnie, że gdy stosuje się fale o długości  $\lambda \geq 100$  mm (proporcjonalnie do długości pocisku), efekt dyspersji jest pomijalny, a wartość współczynnika  $C_f/C_0$  dąży do 1.

Aby zminimalizować efekt dyspersji, należy tak dobrać średnicę prętów pomiarowych, aby częstotliwość oscylacji w teście dynamicznego ściskania mieściła się w zakresie od 450 kHz do 900 kHz. Ten warunek jest spełniony, gdy średnice prętów wynoszą od 10 mm do 20 mm. Powszechnie stosowana średnica prętów (równa 18 mm) mieści się w tym zakresie.

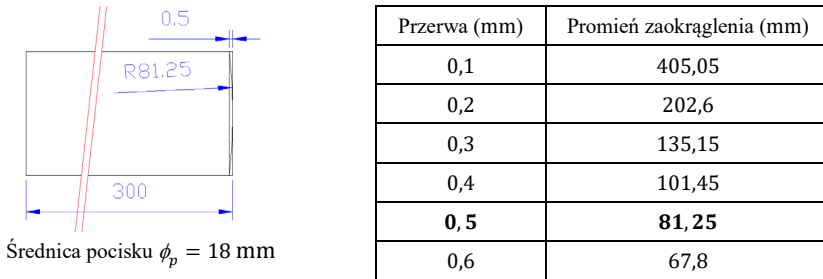


Rys. 1.18. Wpływ długości fali  $\lambda$  na stosunek prędkości fazowej  $C_f$  do prędkości fali sprężystej  $C_0$  dla trzech przykładowych promieni prętów (5 mm, 18 mm i 40 mm)

## 1.5. Kształt strefy kontaktu pocisk–pręt inicjujący

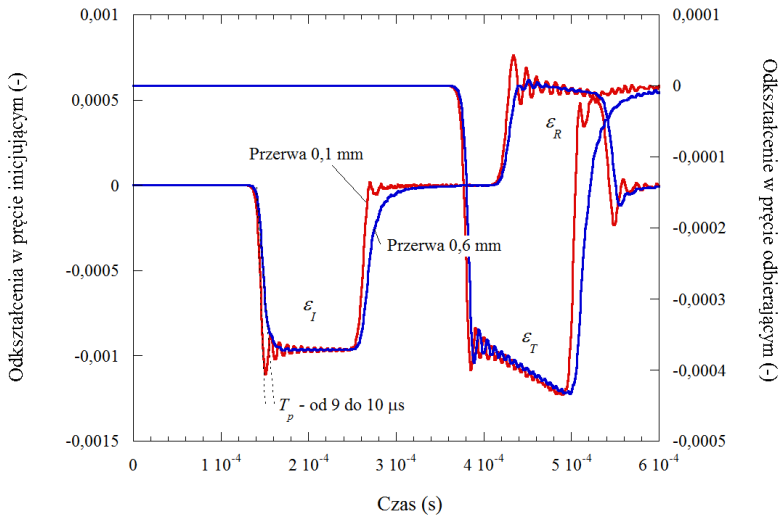
W tym podrozdziale zostanie przedstawiony wpływ zaokrąglenia frontu pocisku na dyspersję geometryczną fal w prętach inicjującym oraz odbierającym. Jak wykazano w podrozdziale 1.4, w przypadku zastosowania prętów płaskich zachodzi zjawisko dyspersji geometrycznej. Wskazano w nim ponadto, jakie parametry mają wpływ na czas narastania fali odkształcenia podczas zderzenia prętów. Dyspersję geometryczną można zmniejszyć przez zastosowanie pocisku o zaokrąglonym froncie. W opisaney poniżej symulacji komputerowej

uwzględniono zakres promieni zaokrąglenia frontu pocisku od 67,8 mm do 405,05 mm (patrz rys. 1.19) oraz stałą długość pocisku,  $L_p = 300$  mm.



Rys. 1.19. Geometria frontu pocisku  
(w tabeli przedstawiono wszystkie rozważane przypadki)

W wyniku zastosowania pocisku o froncie zaokrąglonym zmienił się kształt fal zarówno w pręcie inicjującym, jak i odbierającym, co zaprezentowano na rys. 1.20. Przedstawiono na nim jedynie wyniki uzyskane dla promienia zaokrąglenia 404,05 mm i przerwy 0,1 mm oraz dla promienia zaokrąglenia 67,8 mm i przerwy 0,6 mm.

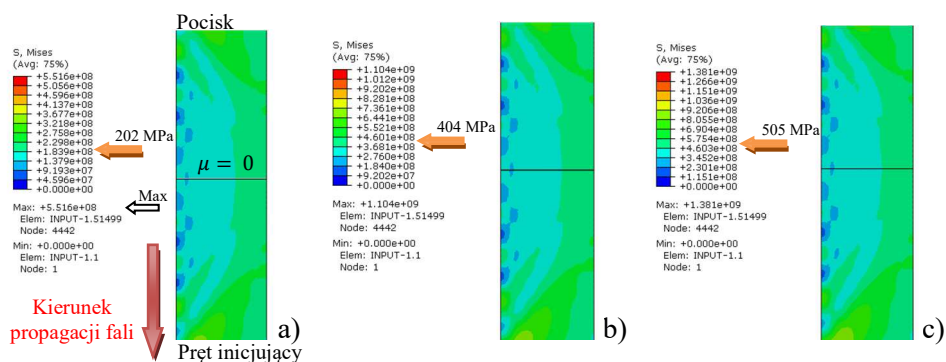


Rys. 1.20. Wpływ kształtu frontu pocisku na fale odkształcenia w prętach pomiarowych

Jak widać, z zastosowaniem pocisku o małym promieniu zaokrąglenia wiąże się redukcja efektu dyspersji, co zaznaczono na rys. 1.20 linią niebieską. Dodatkowo obserwuje się wydłużenie czasu narastania fali odkształcenia w prę-

cie inicjującym. Czas ten waha się w granicach od 9  $\mu\text{s}$  do 10  $\mu\text{s}$  dla rozważanych promieni zaokrąglenia. Jednocześnie zmienia się wartość  $\bar{\lambda}$  w równaniu (1.27) (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011).

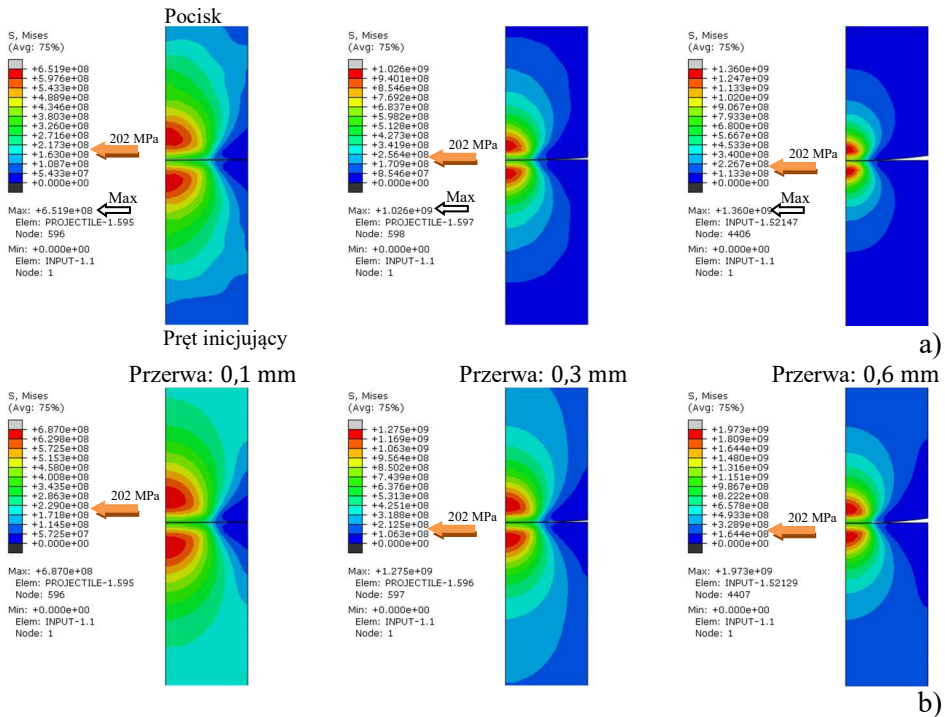
Podczas uderzenia pocisku w pręt inicjujący w strefie kontaktu nastąpiła koncentracja naprężenia, po czym fala naprężenia i odkształcenia propaguje się wzdłuż pręta. Poziom naprężenia w strefie uderzenia zależał bezpośrednio od kształtu frontu pocisku i od omawianego powyżej promienia jego zaokrąglenia (patrz rys. 1.19). Maksymalne wartości naprężenia dla prędkości 10 m/s, 20 m/s i 25 m/s były równe, odpowiednio, 551 MPa, 1104 MPa i 1381 MPa, co zaprezentowano na rys. 1.21. Należy nadmienić, że teoretyczne wartości naprężenia wynikające z teorii elementarnej, obliczone według równania:  $\sigma_I(V_0) = \rho C_0 V_0 / 2$ , były równe, odpowiednio,  $\sigma_I(10) = 202$  MPa,  $\sigma_I(20) = 404$  MPa oraz  $\sigma_I(25) = 505$  MPa.



Rys. 1.21. Poziom naprężenia w strefie kontaktu dla pocisku o froncie płaskim i prędkości uderzenia: a) 10 m/s , b) 20 m/s i c) 25 m/s

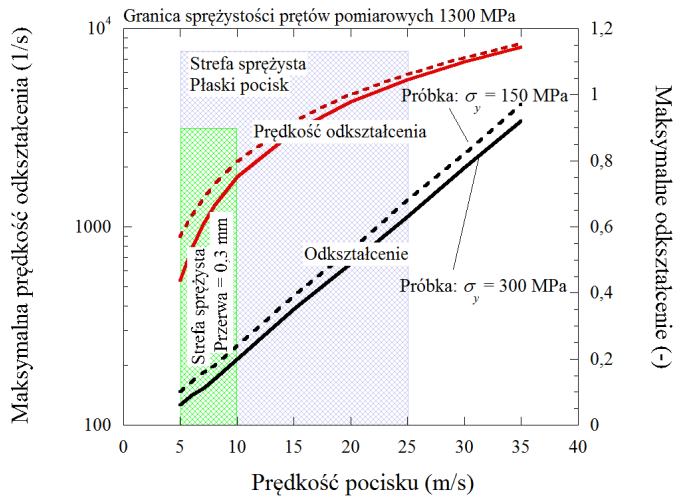
Zastosowanie pocisku o froncie zaokrąglonym (patrz rys. 1.19) sprawiało, że lokalne naprężenie nawet przy prędkości 10 m/s wzrosło i przekroczyło granicę sprężystości prętów pomiarowych. W omawianym przypadku granica sprężystości  $\sigma_y^{\text{static}} \approx 1,2$  GPa (patrz rys. 1.22). Zatem w strefie kontaktu pojawiło się odkształcenie plastyczne, co doprowadziło dodatkowo do wygładzenia fali naprężenia. Wydłużał się również czas narastania fali odkształcenia (naprężenia), co było widoczne na rys. 1.20.

Lokalny wzrost naprężenia był spowodowany mniejszą powierzchnią kontaktu, przenoszącą siłę uderzenia pocisku do pręta inicjującego. Im mniejszy był promień zaokrąglenia (i im większa przerwa), tym bardziej lokalnie rosło naprężenie (patrz rys. 1.22).



Rys. 1.22. Poziom naprężenia w strefie kontaktu dla różnych kształtów pocisków z przerwami równymi 0,1 mm, 0,3 mm i 0,6 mm oraz prędkości uderzenia 10 m/s  
po: a) 6  $\mu$ s i b) 48  $\mu$ s

W przypadku pocisku z zaokrągleniem frontu o promieniu 67,8 mm i prędkości uderzenia 10 m/s lokalny poziom naprężenia w strefie kontaktu osiągnął około 1400 MPa (rys. 1.22), a w przypadku pocisku z frontem płaskim, jak już wspomniano, wynosił 551 MPa (rys. 1.19). Gdy prędkość uderzenia była większa, na przykład 25 m/s, lokalny poziom naprężenia był równy, kolejno, 2800 MPa i 1390 MPa. Reasumując, stosowanie podczas eksperymentów pocisków o froncie płaskim i prędkości uderzenia 25 m/s prowadziło do uzyskania dużej prędkości odkształcenia próbki, rzędu  $10^4$  1/s. Gdy stosowano pocisk z frontem zaokrąglonym (przerwa 0,3 mm i promień 135,15 mm), wówczas, aby nie dopuścić do uplastycznienia prętów, należało przyjąć jako maksymalną prędkość uderzenia 10 m/s. Z kolei, wykorzystując teorię elementarną propagacji fal sprężystych, określono maksymalną prędkość pocisku  $V_0^{\max} = 65$  m/s. Wartość tę obliczono na podstawie wzoru  $V_0^{\max} = \frac{2\sigma_y}{\rho C_0}$  przy założeniu, że granica sprężystości materiału pręta inicjującego  $\sigma_y = 1,3$  GPa.



Rys. 1.23. Maksymalna prędkość odkształcenia i maksymalne odkształcenie w zależności od prędkości pocisku

Na rysunku 1.23 przedstawiono zależność maksymalnej prędkości odkształcenia i maksymalnego odkształcenia od prędkości pocisku podczas eksperymentu dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona. W analizie wzięto pod uwagę dwie granice sprężystości materiału próbki: 300 MPa (linia ciągła) i 150 MPa (linia kreskowa). W słabszym materiale (o niższej granicy sprężystości) zarówno odkształcenie, jak i jego prędkość były nieco większe. Na wykresie zaznaczono również strefę sprężystą dla pocisku z frontem zaokrąglonym (kolor zielony) oraz dla pocisku z frontem płaskim (kolor niebieski).

## 1.6. Warstwowa budowa próbek

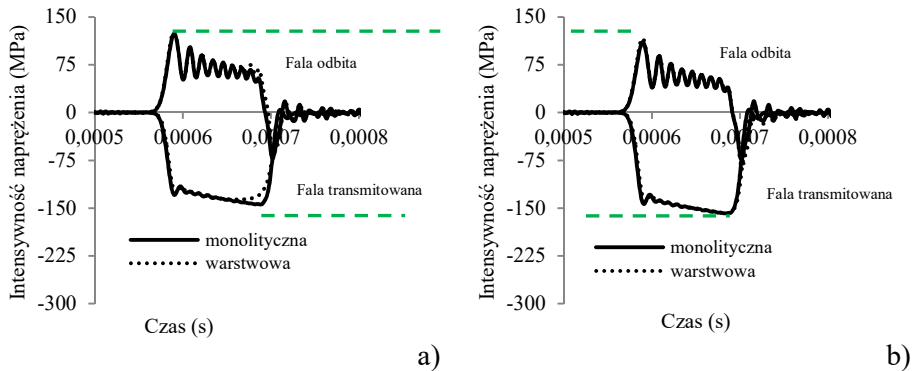
Ostatnim omówionym w tym rozdziale czynnikiem wpływającym na wyniki testu ściskania dynamicznego jest warstwowa budowa próbek. W niektórych sytuacjach należy określić zachowanie materiału występującego w postaci arkuszy blachy o małej grubości, np. 1 mm lub 2 mm. Jak wykazano w podrozdziale 1.1, zastosowanie takich krótkich próbek stwarza duże trudności, chociażby ze względu na olbrzymi wpływ tarcia. W tym podrozdziale zaprezentowano analizę numeryczną i eksperymentalną próbek o budowie zgodnej ze schematem przedstawionym na rys. 1.24.

Wykazano, że w przypadku próbki o budowie warstwowej istnieje możliwość uzyskania dobrych wyników eksperymentalnych, co zostało potwierdzone na przykładzie próbek ze stali S235 (Zhong i in. 2015). Aby udowodnić tę tezę, przedstawiono wybrane symulacje komputerowe z uwzględnieniem próbek



Rys. 1.24. Próbka o budowie warstwowej

zarówno o budowie warstwowej (patrz rys. 1.24), jak i monolitycznej. Należy dodać, że próbki o budowie warstwowej zespolono w eksperymentach za pomocą kleju. Rozpatrywano przypadki, w których współczynnik tarcia wynosił 0 oraz 0,2. Na podstawie szczegółowej analizy (Zhong i in. 2015), uwzględniającej również inne kształty próbek, np. sześciennie, można stwierdzić, że w przypadku próbek walcowych wyniki są identyczne dla obu współczynników tarcia, co pokazano na rys. 1.25. Analizując wyniki symulacji komputerowych, można sformułować wniosek, że fala inicjująca jest identyczna w przypadku obu rodzajów próbek. Na rysunku 1.25 pokazano jedynie fale odbitą i transmitowaną, które różnią się nieznacznie, szczególnie w przypadku prezentowanym na rys. 1.25a, czyli przy zerowym współczynniku tarcia. Należy nadmienić, że w przypadku przedstawionym na rys. 1.25b nie dokonano korekcji tarcia, więc poziomy intensywności naprężenia są nieco inne (zielone linie). Jest to szczególnie widoczne w przypadku fali transmitowanej, od której zależy poziom naprężenia podczas testu.

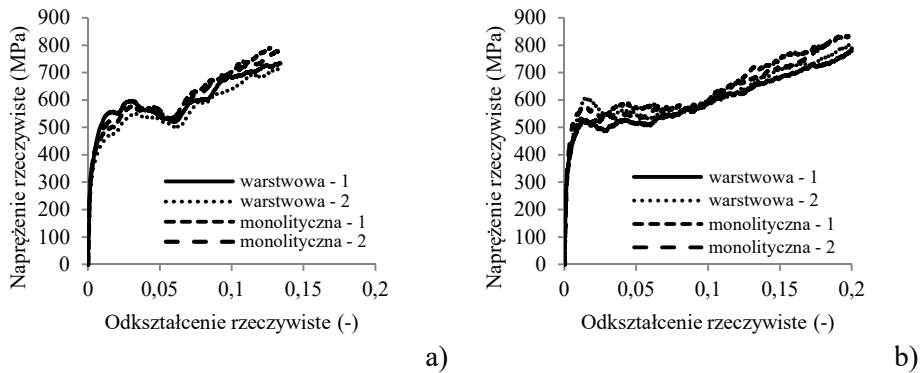


Rys. 1.25. Intensywność naprężenia fal odbitej i transmitowanej w prętach inicjującym i odbierającym; próbki o budowie monolitycznej i warstwowej, współczynnik tarcia: a) 0,0 oraz b) 0,2

Ostatecznie na podstawie rzeczywistych testów laboratoryjnych wykazano podobieństwo uśrednionych wyników uzyskanych z wykorzystaniem pró-



bek monolitycznych oraz warstwowych. Na rysunku 1.26 przedstawiono wykresy naprężenie–odkształcenie dla dwóch prędkości pocisku: 11 m/s i 15 m/s. Uzyskane wyniki pozwalają na stwierdzenie, że w przyszyłych badaniach eksperymentalnych (w testach dynamicznego ściskania) istnieje możliwość wykorzystania próbek o budowie warstwowej (Zhong i in. 2015).

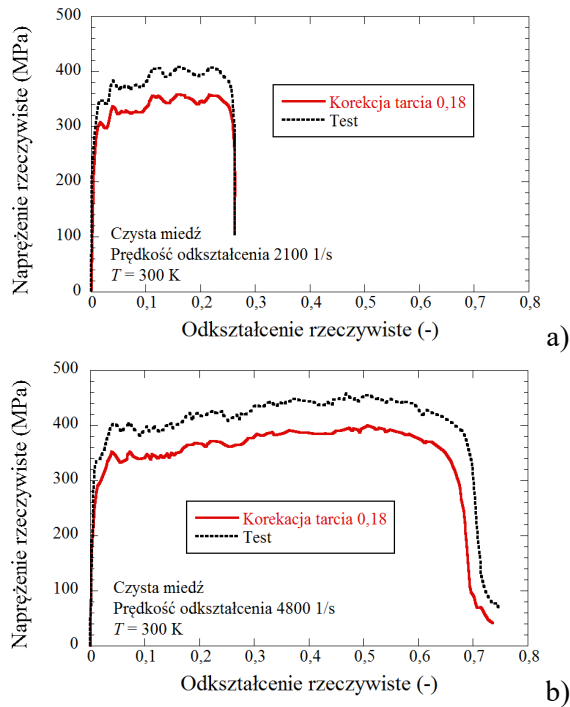


Rys. 1.26. Wykres naprężenie–odkształcenie uzyskany dla próbek o budowie warstwowej i monolitycznej z uwzględnieniem dwóch prędkości pocisku: a) 11 m/s oraz b) 15 m/s

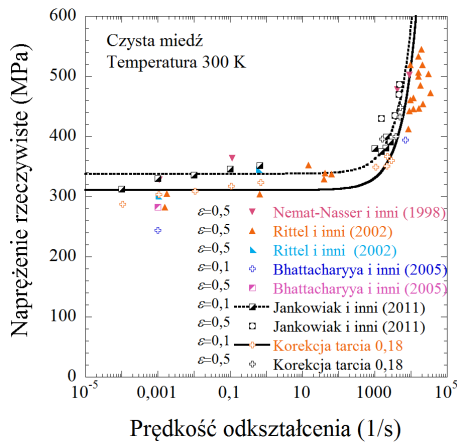
## 1.7. Podsumowanie

W rezultacie połączenia dwóch metod badawczych: metody eksperymentalnej i symulacji komputerowej wykazano, jak różne czynniki wpływają na wyniki badań. Udowodniono, że efekt dyspersji jest bezpośrednio powiązany z geometrią i konfiguracją prętów pomiarowych oraz całego układu łącznie z pociskiem i próbką. Na rysunku 1.27 przedstawiono dwa przykładowe eksperymenty wykonane na próbkach z czystej miedzi, w których obliczone wartości średniej prędkości odkształcenia były równe 2100 1/s i 4800 1/s. Zaprezentowano na nim rzeczywiste dynamiczne zachowanie próbki wykonanej z czystej miedzi po uwzględnieniu wszystkich omawianych czynników (korekcja tarcia zmniejszyła poziom naprężenia o ok. 50 MPa).

Na podstawie testów statycznych i dynamicznych można określić wrażliwość czystej miedzi na prędkość odkształcenia. Wyniki własnych testów eksperymentalnych połączonych z symulacją powyższych zjawisk porównano z wynikami innych badań statycznych i dynamicznych czystej miedzi (patrz rys. 1.28). Zaobserwowano liniową zależność naprężenia rzeczywistego od prędkości odkształcenia  $\dot{\epsilon}$  w zakresie od 0,0001 1/s do 2000 1/s. Dla prędkości odkształcenia  $\dot{\epsilon}$  większych niż 2000 1/s widoczny jest trend nieliniowy (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Rusinek, Rodriguez-Martinez, Arias 2010) (patrz rys. 1.28).



Rys. 1.27. Dynamiczne zachowanie próbek z czystej miedzi przy prędkości odkształcenia: a) 2100 1/s i b) 4800 1/s



Rys. 1.28. Wpływ prędkości odkształcenia na zachowanie próbek z czystej miedzi

---

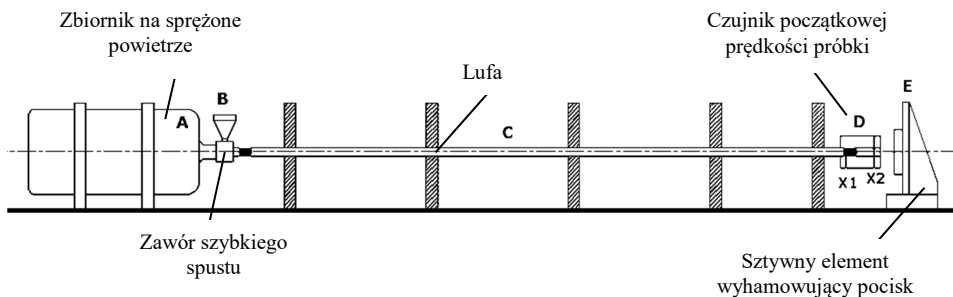
W rozdziale tym przedstawiono różne czynniki, które należy brać pod uwagę podczas testów dynamicznego ściskania z wykorzystaniem pręta Hopkinsona. Zastosowanie przedstawionych wytycznych zapewni poprawę dokładności badań i stąd wiarygodności wyników, które następnie mogą być wykorzystane w symulacjach komputerowych zachowania całych konstrukcji poddanych obciążeniom impulsowym, w tym wybuchom i uderzeniom.



## 2. Test Taylora

Eksperymentem, który umożliwia określenie dynamicznego zachowania materiałów, jest test Taylora (Taylor 1948). W jego wyniku nie uzyskuje się całej krzywej  $\sigma(\epsilon)$  dla określonej prędkości odkształcenia  $\dot{\epsilon}$ , jak w teście z użyciem pręta Hopkinsona, lecz tylko jeden punkt w przestrzeni  $(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon})$ . W celu zbadania całej przestrzeni  $(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon})$  należy wykonać kilka testów z uwzględnieniem różnych prędkości próbki  $V_0$ . Test Taylora był wykorzystywany do określania właściwości dynamicznych materiałów ciągliwych (Gust 1982, Field i in. 2001, Włodarczyk 2011, Włodarczyk, Jackowski, Sarzyński 2012, Włodarczyk i in. 2012) oraz polimerów (Briscoe, Hutchings 1976 i 1978 oraz Turgutlu, Al-Hassani, Akyurt 1996). W późniejszych latach stosowano również wersję z symetrycznym zderzeniem dwóch próbek (Erlich 1985, Erlich, Shockey, Seaman 1982 i Murray i in. 1998). Test Taylora wykorzystywano w celu określenia propagacji fali plastycznej w materiałach ciągliwych (Bell 1968, Kolsky, Douch 1962 i Perzyna 1959) oraz zniszczenia w materiałach kruchych ze szczególnym uwzględnieniem szkła (Kachanov 1976, Murray i in. 1998). Jest on czasami stosowany w celu weryfikacji modeli konstytutywnych i kryteriów zniszczenia (Borodin, Mayer 2015, Johnson, Cook 1983, Kruszka, Nowacki 1995, Majzoobi, Kazemi, Pipelzadeh 2016, Nemat-Nasser, Li, Isaacs 1994 oraz Walley i in. 2000). Nie analizuje się wtedy punktu w przestrzeni  $(\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon})$  uzyskanego podczas testu danego materiału, lecz mierzy się wymiary próbki po teście i określoną następnie na przykład zmienność jej promienia porównuje się z wynikami symulacji. Porównanie może dotyczyć również mechanizmów zniszczenia. W tym rozdziale skupiono się na tym, do czego test został stworzony, czyli na określaniu dynamicznego zachowania materiału podczas uderzenia przy dużej prędkości odkształcenia.

Stanowisko do wykonywania testu Taylora jest przedstawione schematycznie na rys. 2.1. Są na nim widoczne jego podstawowe elementy: zbiornik na



Rys. 2.1. Działo gazowe służące do rozpędzenia próbki oraz do pomiaru jej prędkości w teście Taylora

sprężone powietrze (A), zawór szybkiego spustu (B), lufa (C), czujnik początkowej prędkości próbki (D) oraz sztywny element wyhamowujący pocisk (E). Prędkość jest mierzona z dokładnością  $|\Delta V| = 1$  m/s za pomocą dwóch czujników laserowych. Znając odległość między nimi  $|X_1 X_2|$  oraz czas, w jakim pocisk ją pokonuje  $\Delta t_{12}$ , prędkość oblicza się za pomocą następującego równania:

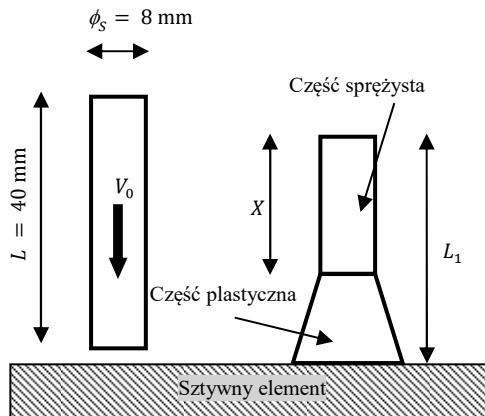
$$V_0 = \frac{|X_1 X_2|}{\Delta t_{12}}. \quad (2.1)$$

## 2.1. Analiza eksperymentalna

Próbka stosowana w teście Taylora ma kształt walca o określonej średnicy początkowej  $R$  i długości początkowej  $L$ . Wymiary próbki są mierzone po każdym teście, przy czym najważniejsza jest długość części sprężystej  $X$  oraz całkowita długość próbki po teście  $L_1$  (patrz rys. 2.2). Na podstawie tych danych oblicza się odkształcenie  $\varepsilon$  i prędkość odkształcenia  $\dot{\varepsilon}$  zgodnie z następującymi równaniami (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015, Julien i in. 2016 oraz Taylor 1948):

$$\varepsilon = -\ln\left(\frac{L_1 - X}{L - X}\right), \quad (2.2)$$

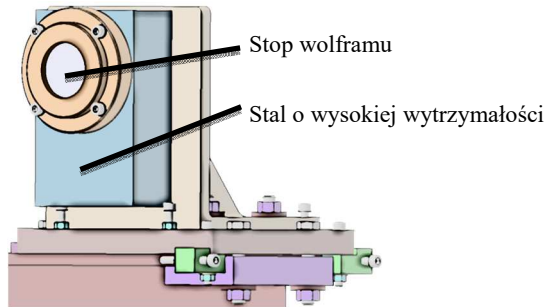
$$\dot{\varepsilon} = -\frac{V_0}{2(L - L_1)} \ln\left(\frac{L_1 - X}{L - X}\right). \quad (2.3)$$



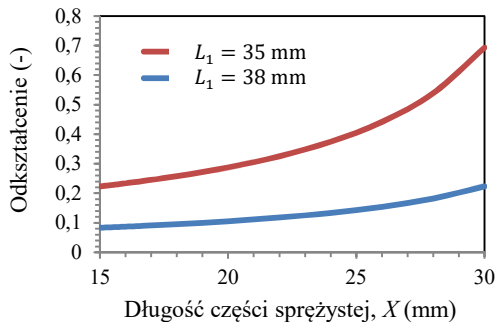
Rys. 2.2. Istotne wymiary próbki przed testem Taylora oraz po jego zakończeniu

Aby uzyskać dokładne wyniki eksperymentu, czyli wartości odkształcenia  $\varepsilon$  i prędkości odkształcenia  $\dot{\varepsilon}$ , należało dokonać precyzyjnego pomiaru dłu-

gości  $X$  oraz  $L_1$  po uderzeniu próbki w sztywną część wykonaną ze stopu wolframu (rys. 2.3). Wpływ precyzji tego pomiaru przedstawiono na rys. 2.4. Na jego podstawie przeanalizowano wpływ długości części sprężystej  $X$  na odkształcenie  $\varepsilon$  typowej próbki o długości początkowej  $L = 40$  mm dla dwóch wybranych końcowych długości próbki  $L_1$  (35 mm i 38 mm) zgodnie z równaniami przedstawionymi przez Taylora (Jones i in. 1998 oraz Taylor 1948). Wykazano, że podczas testu Taylora istotne jest precyzyjne określenie, jaka część próbki  $L - L_1$  ulega trwałej deformacji przy założeniu, że średnica części sprężystej  $X$  nie zmienia się po teście.

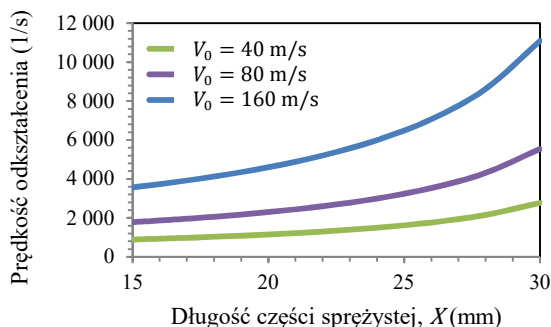


Rys. 2.3. Części wyhamowujące pocisk podczas testu Taylora (patrz detal E na rys. 2.1)



Rys. 2.4. Wpływ długości części sprężystej  $X$  na odkształcenie próbki  $\varepsilon$  dla długości początkowej  $L = 40$  mm oraz dwóch wybranych długości końcowych  $L_1$

Założono, że czas powstawania trwałych deformacji jest wprost proporcjonalny do skrócenia części trwale zdeformowanej ( $L - L_1$ ) i odwrotnie proporcjonalny do prędkości początkowej próbki  $V_0$ . Na podstawie analizy równania (2.3) wykazano, jaki jest wpływ długości części sprężystej  $X$  próbki na prędkość odkształcenia  $\dot{\varepsilon}$  dla długości początkowej  $L = 40$  mm i długości końcowej  $L = 35$  mm oraz dla trzech wybranych wartości prędkości początkowej  $V_0$  (patrz rys. 2.5).



Rys. 2.5. Wpływ długości części sprężystej  $X$  na prędkość odkształcenia próbki  $\dot{\epsilon}$  dla długości początkowej  $L = 40$  mm i końcowej  $L = 35$  mm oraz trzech wartości prędkości początkowej  $V_0$

Istotnym elementem analizy w ramach testu Taylora jest obliczenie poziomu naprężenia  $\sigma$ . Ma to szczególne znaczenie, gdyż umożliwia w dalszej kolejności określenie zachowania materiału w przestrzeni ( $\sigma, \epsilon, \dot{\epsilon}$ ). Taylor określił poziom naprężenia w postaci następującego wzoru (Taylor 1948):

$$\sigma = \frac{\rho V_0 (L - X)}{2(L - L_1) \ln\left(\frac{L}{X}\right)}, \quad (2.4)$$

gdzie  $\rho$  to gęstość testowanego materiału.

Wilkins i Guinan (1973) określili poziom naprężenia w teście Taylora w następujący sposób:

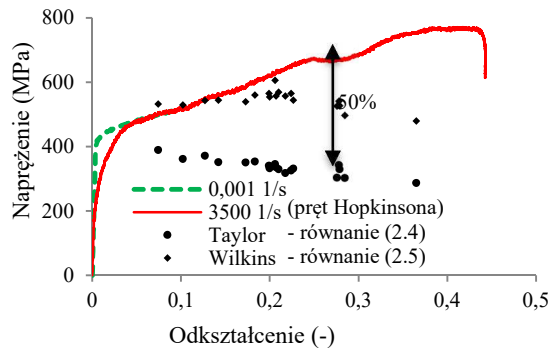
$$\sigma = -\left(\frac{\rho V_0^2}{2}\right) \left[ \ln\left(\frac{\frac{L_1}{L} - 0,12}{0,88}\right) \right]^{-1}. \quad (2.5)$$

Za pomocą równań (2.4) i (2.5) określa się poziom naprężenia z błędem do 10% (Taylor 1948 oraz Wilkins, Guinan 1973). Ma to między innymi tę przyczynę, że w oryginalnych równaniach przedstawionych przez Taylora nie jest uwzględnione wzmocnienie związane z rozwojem odkształcenia plastycznego.

Jednak porównując wyniki testu Taylora i innych testów dynamicznych, np. ściskania z użyciem pręta Hopkinsona, zauważono zdecydowanie większe różnice, nawet do 50% (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015 oraz Julien i in. 2016) (patrz rys. 2.6). Jest to szczególnie widoczne w przypadku dużego odkształcenia plastycznego. Na rysunku 2.6 przedstawiono przykładowe wyniki eksperymentów z wykorzystaniem próbek mosiężnych (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015 oraz Ju-

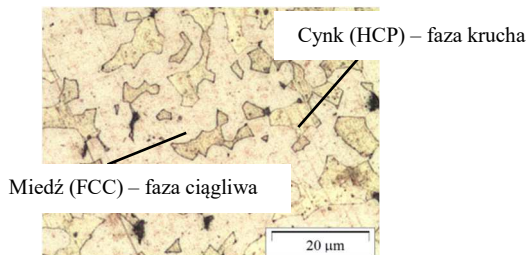


lien i in. 2016). Mosiądz to stop dwóch metali, miedzi i cynku. Miedź jest ciągliwa, a cynk kruchy. Przedmiotem analizy jest stop składający się z 42–44% cynku i 56–58% miedzi w stosunku masowym (patrz rys. 2.7). Testowany materiał, jak udowodniono w badaniach laboratoryjnych, nie jest wrażliwy na prędkość deformacji, za to wykazuje umocnienie odkształceniowe. Prędkość odkształcenia próbek z mosiądzu uzyskana w teście Taylora wynosiła od 1664 1/s do 3494 1/s.



Rys. 2.6. Porównanie wyników ścisania statycznego i dynamicznego próbki z mosiądzu

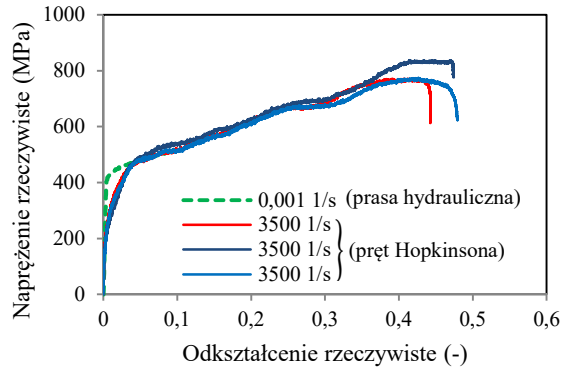
Test Taylora jest powszechnie stosowany jako metoda eksperymentalna służąca do określania dynamicznego zachowania materiałów ciągliwych. W wielu laboratoriach prowadzi się tego typu testy, jednak zastosowanie standardowych równań zaproponowanych przez Taylora oraz Jonesa wydaje się obarczone ryzykiem błędu, co przedstawiono na rys. 2.6. Niedokładność wyników można stwierdzić, gdy zachowanie materiału określa się nie tylko z zastosowaniem testu Taylora, lecz również na podstawie innych badań ścisania statycznego i dynamicznego, w tym tych z użyciem pręta Hopkinsona.



Rys. 2.7. Struktura wewnętrzna mosiądzu

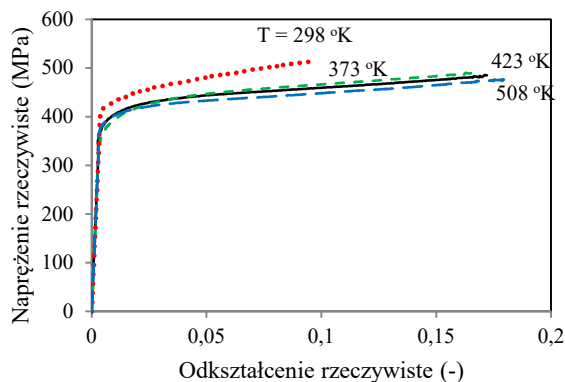
Aby określić krzywą naprężenie–odkształcenie mosiądzu, przeprowadzono najpierw testy ścisania quasi-statycznego i dynamicznego (Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011), których wyniki przedstawiono na rys. 2.8. Testy statyczne wykonano na prasie hydraulicznej, natomiast dynamiczne – za pomocą

pręta Hopkinsona. Maksymalna prędkość odkształcenia  $\dot{\epsilon}_{\max}$  uzyskana w wyniku testów z użyciem pręta Hopkinsona wynosiła 3500 1/s. W testach dynamicznych uwzględniono wszystkie czynniki omówione w rozdziale 1 tej monografii. Zoptymalizowano geometrię testowanych próbek mosiężnych, aby zredukować wpływ tarcia oraz bezwładności próbki. Przyjęto średnicę próbek  $\phi_s$  równą 6 mm i długość  $L_s$  równą 3 mm. Próbki zostały wycięte z zastosowaniem obróbki elektroerozyjnej z prętów wyciskanych.



Rys. 2.8. Eksperymentalne krzywe naprężenie–odkształcenie mosiądzu (ściskanie)

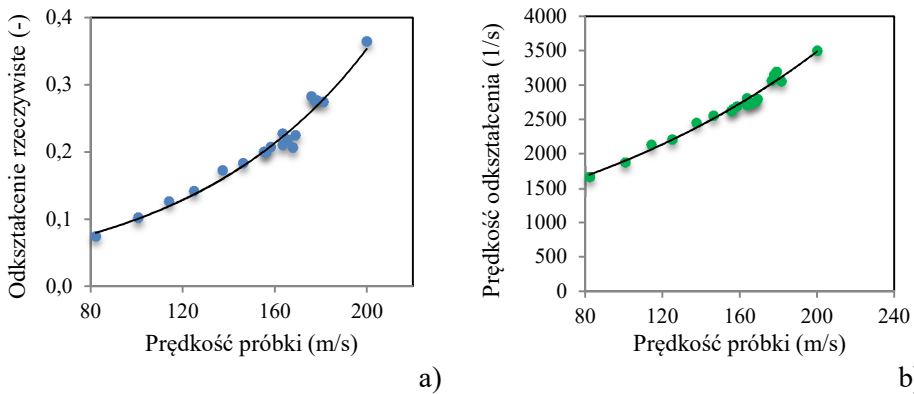
Dodatkowo przeprowadzono również testy quasi-statyczne z uwzględnieniem różnych wartości temperatury początkowej  $T_0$  (z zakresu od 298 K do 508 K) (patrz rys. 2.9). Dzięki tym testom można określić wpływ zarówno prędkości odkształcenia, jak i temperatury na zachowanie dynamiczne testowanego materiału. Jak się okazało, mosiądz nie jest wrażliwy na zmianę prędkości od-



Rys. 2.9. Eksperymentalne krzywe naprężenie–odkształcenie uzyskane w wyniku ściskania quasi-statycznego próbki z mosiądzu dla różnych początkowych wartości temperatury

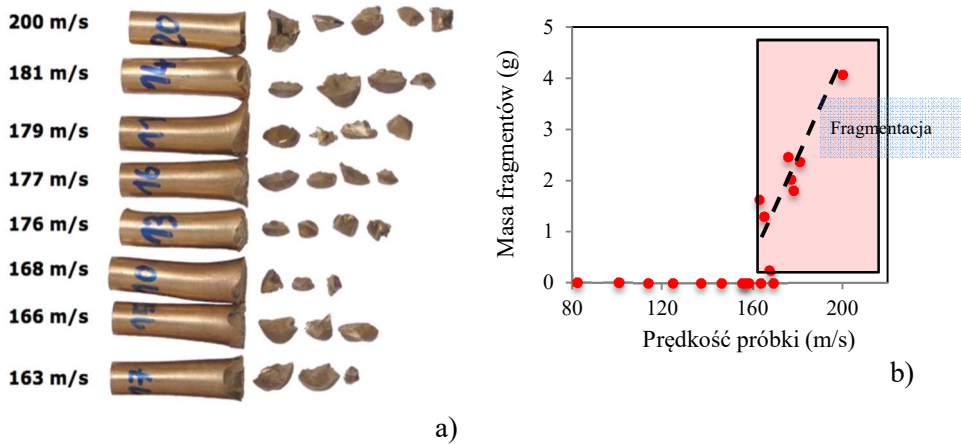
kształcenia, jednak, co widać na rys. 2.9, wykazuje znaczną wrażliwość na zmiany temperatury (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015 oraz Julien i in. 2016).

Na tle znanych właściwości statycznych i dynamicznych mosiądzu przedstawiono poniżej wyniki testu Taylora. Badania prowadzono z uwzględnieniem różnych wartości prędkości początkowej próbki (od 82 m/s do 200 m/s). Jej wymiary zostały zmierzone przed rozpoczęciem testu i po jego zakończeniu. Na tej podstawie z wykorzystaniem równań (2.2) i (2.3) określono zarówno prędkość odkształcenia  $\dot{\epsilon}$ , jak i odkształcenie  $\epsilon$  próbki w funkcji jej prędkości  $V_0$  (patrz rys. 2.10a i b). Maksymalna wartość odkształcenia wynosiła 0,37, a maksymalna prędkość odkształcenia była równa 3500 1/s.



Rys. 2.10. Wyniki testu Taylora: a) odkształcenie rzeczywiste, b) prędkość odkształcenia

Test Taylora może być również wykorzystany do określenia kryterium zniszczenia uwzględnianego w modelu numerycznym oraz mechanizmu zniszczenia (Teng i in. 2005). Na rysunku 2.11a przedstawiono zniszczenie próbki z mosiądzu pod wpływem większej prędkości uderzenia (od 163 m/s do 200 m/s). Jak widać, w tym zakresie prędkości początkowej próbki odkształcenie plastyczne było połączone z uszkodzeniem i pękaniem. Zmierzono zarówno całkowitą długość  $L_1$  próbki po teście, jak i długość części sprężystej  $X$ . Przy mniejszej prędkości, nieprzekraczającej 156 m/s, w strefie uderzenia formowały się promieniowe pęknięcia. W przypadku większej prędkości te pęknięcia łączyły się, tworząc widoczne strefy ścinania (Julien i in. 2016). Następowala również fragmentacja próbki (patrz rys. 2.11a). Liczba fragmentów była zależna od prędkości uderzenia próbki i zmieniała się w granicach od 3 do 5. Na rysunku 2.11b przedstawiono wpływ prędkości uderzenia próbki na masę fragmentów, która wynosiła maksymalnie 4 g, co stanowiło 24% całkowitej masy próbki z mosiądzu (Julien i in. 2013). Podobny mechanizm zniszczenia zaobserwowano w badaniach próbki z tytanu Ti-6Al-4V (Ren i in. 2011) i stopów aluminium (Wei i in. 2014).



Rys. 2.11. Fragmentacja próbki z mosiądzu: a) deformacje po testach, b) masa fragmentów

## 2.2. Model uwzględniający wzmocnienie odkształceniowe

W tym podrozdziale zostanie zaprezentowany sposób prawidłowego określenia poziomu naprężenia w teście Taylora. Wykorzystano w tym celu dwie metody badawcze: metodę eksperymentalną oraz symulację komputerową. Wyniki symulacji komputerowej, potwierdzające skuteczność prezentowanej metody, zostaną omówione w podrozdziałach 2.3 i 2.4. Jones i inni (1998) opracowali metodę prawidłowego określania poziomu naprężenia w teście Taylora z uwzględnieniem wzmocnienia odkształceniowego. Poziom naprężenia oblicza się na podstawie następującej zależności (Jones i in. 1998 oraz Julien i in. 2016):

$$\sigma(\varepsilon) = (1 + \varepsilon) \left( \sigma_0 + \frac{(1 - \beta(\varepsilon))^2}{\varepsilon} \rho V_0 \right). \quad (2.6)$$

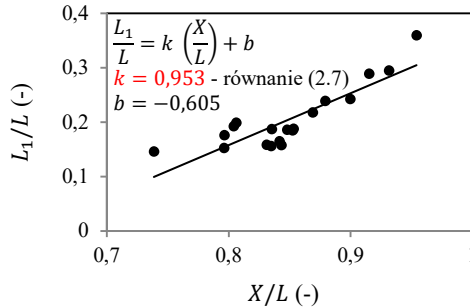
W równaniu (2.6)  $\rho$  jest gęstością mosiądzu, równą  $8460 \text{ kg/m}^3$ ,  $V_0$  jest prędkością początkową próbki, a  $\beta(\varepsilon)$  – parametrem wzmocnienia odkształceniowego. Parametr  $\beta(\varepsilon)$  w ogólności jest zależny od deformacji próbki, a konkretnie od współczynnika kierunkowego  $k$ :

$$\beta(\varepsilon) = 1 + k\varepsilon, \quad (2.7)$$

gdzie  $k$  to współczynnik kierunkowy prostej aproksymującej wyniki testów eksperymentalnych w płaszczyźnie  $(X/L, L_1/L)$  (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015, Jones i in. 1998 oraz Julien i in. 2016). Na rysunku 2.12 przedstawiono prostą aproksymującą wyniki eksperymentów wraz z parametrami  $m$  i  $b$  równymi, odpowiednio,  $0,953$  oraz  $-0,605$ . W równaniu (2.6) występuje ponadto

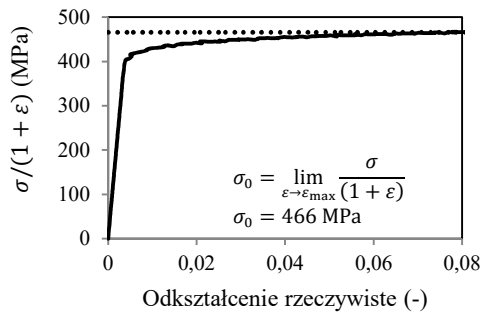
parametr  $\sigma_0$ , obliczany jako wartość, do której dąży wyrażenie  $\sigma/(1 + \varepsilon)$  podczas testu quasi-statycznego dla dużego odkształcenia  $\varepsilon_{\max}$  (patrz rys. 2.9 oraz 2.13). W celu obliczenia wartości  $\sigma_0$  stosuje się następujące równanie:

$$\sigma_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_{\max}} \frac{\sigma}{(1 + \varepsilon)}. \quad (2.8)$$

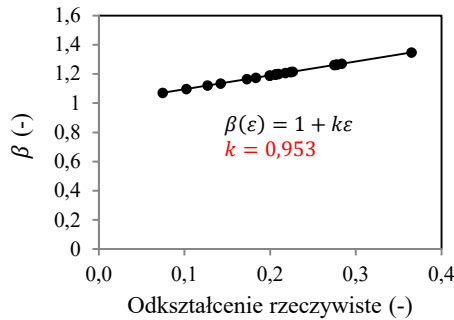


Rys. 2.12. Prosta aproksymująca wyniki eksperymentalne w płaszczyźnie  $(X/L, L_1/L)$

Ostateczny kształt funkcji wzmocnienia przedstawiono na rys. 2.14. Funkcję opisaną równaniem (2.7) zastosowano następnie w równaniu (2.6) w celu precyzyjnego określenia poziomu naprężenia. Odkształcenie rzeczywiste  $\varepsilon$  określono za pomocą równania (2.2) (patrz rys. 2.10a).  $\sigma_0$  jest graniczną wartością naprężenia podczas testu quasi-statycznego przy dużym odkształceniu (patrz rys. 2.13). W wyniku testów quasi-statycznych na próbkach z mosiądzu określono wartość  $\sigma_0$  równą 466 MPa.

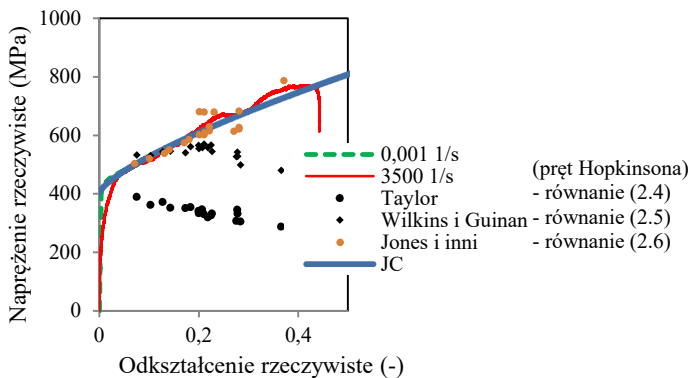


Rys. 2.13. Krzywa służąca do określenia parametru  $\sigma_0$



Rys. 2.14. Parametr wzmocnienia  $\beta$  w zależności od odkształcenia rzeczywistego  $\epsilon$

Z zastosowaniem parametru wzmocnienia (zależność 2.7, rys. 2.14) oraz parametru  $\sigma_0$  (zależność 2.8, rys. 2.13) określono dynamiczne zachowanie próbki z mosiądzu podczas testu Taylora (patrz rys. 2.15).



Rys. 2.15. Porównanie trzech zależności stosowanych w teście Taylora

Wykazano, że metoda zaproponowana przez autorów pracy (Jones i in. 1998) umożliwia precyzyjne określenie dynamicznego zachowania próbki z mosiądzu w pełnym zakresie odkształcenia. Równoległe z eksperymentami prowadzono badania numeryczne, które są istotnym elementem analizy (Julien i in. 2016). Tylko w modelu numerycznym istnieje możliwość założenia właściwości materiałowych. W związku z tym w wyniku symulacji komputerowej testu Taylora powinno się uzyskać punkty na założonej wcześniej krzywej napężenie–odkształcenie. To zagadnienie zostanie omówione w kolejnych podrozdziałach monografii (2.3 i 2.4).

### 2.3. Analiza numeryczna

W celu przeprowadzenia symulacji testu Taylora wykorzystano program Abaqus/Explicit z jawną metodą całkowania równań ruchu (Abaqus 2015). Utworzono dwa modele numeryczne z różnymi opisami deformacji, aby sprawdzić, który z nich lepiej określa rozkład odkształcenia w strefie uderzenia próbki podczas symulacji. W pierwszym zastosowano opis deformacji Lagrange'a, a w drugim – Eulera (Green, Adkins 1960, Ostrowska-Maciejewska 1994). W pierwszym opisie deformacji materiał jest połączony z węzłami siatki i podczas tworzenia się dużych deformacji plastycznych porusza wraz z nimi, a w drugim – węzły wraz z elementami skończonymi nie zmieniają swojego położenia w przestrzeni, a materiał przepływa przez siatkę elementów skończonych (Abaqus 2015). Zastosowanie opisu Lagrange'a umożliwia zdefiniowanie wprost warunków brzegowych, jak również wszelkiego rodzaju obciążeń, np. ciśnienia działającego na ścianki elementów skończonych. W przypadku opisu Eulera określenie warunków brzegowych jest utrudnione, gdyż, jak wspomniano, materiał przepływa przez siatkę elementów skończonych, a elementy mogą być np. tylko w jakiejś części wypełnione materiałem lub nawet zupełnie puste (Abaqus 2015, Benson 1992). Element skończony może być również wypełniony dwoma materiałami w różnych proporcjach. Granica materiału jest obliczana w każdej chwili czasowej i nie zawsze odpowiada położeniu brzegów elementów skończonych. Istnieje możliwość zastosowania w jednej symulacji różnych opisów deformacji. W omawianej symulacji komputerowej sztywna ściana, w którą próbka uderza podczas testu Taylora, była modelowana zgodnie z opisem Lagrange'a, a mosiężna próbka – zarówno z zastosowaniem opisu Lagrange'a, jak i Eulera (Ostrowska-Maciejewska 1994). Porównując wyniki symulacji, w obu przypadkach zastosowano ten sam model konstytutywny materiału. W analizach numerycznych do opisu zachowania próbki z mosiądzu wykorzystano dwa modele konstytutywne: model Johnsona-Cooka (JC) (Johnson, Cook 1983 oraz Johnson, Cook 1985) i model Voyiadjisa-Abeda (VA) (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015 oraz Voyiadjis, Abed 2005).

#### 2.3.1. Model konstytutywny

Funkcja wzmocnienia Johnsona-Cooka (JC) została szczegółowo opisana w rozdziale 1 tej monografii. Na tym etapie należało jedynie zidentyfikować parametry modelu, których wartości najlepiej odzwierciedlały zachowanie próbki z mosiądzu. W tym celu uwzględniono wyniki testów laboratoryjnych dla ściskania quasi-statycznego i dynamicznego. Do identyfikacji zastosowano metodę najmniejszych kwadratów, a jej wynik przedstawiono na rys. 2.15. Zaznaczono na nim również krzywą niebieską, oznaczoną jako JC. Widać wyraźnie, że prawi-

dłowo oddaje ona wzmocnienie odkształceniowe. Parametry materiałowe odpowiadające tej krzywej przedstawiono w tab. 2.1 (Julien i in. 2016).

Tabela 2.1. Parametry materiałowe mosiądzu (JC)

$A$	$B$	$n$	$T_0$	$T_{\text{melt}}$
403,5 MPa	674,6 MPa	0,7374	300 K	1173 K
$m$	$\beta$	$\rho$	$C_p$	$E_{\text{brass}}$
1,132	0,9	8460 kg · m <sup>-3</sup>	380 J · kg · K <sup>-1</sup>	125 000 MPa

Model materiału Voyiadjisa-Abeda (VA) został szczegółowo opisany w literaturze (Abed, Voyiadjis 2007 oraz Voyiadjis, Abed 2005). Stworzono go na potrzeby analizy plastycznego zachowania stopów metali o strukturze krystalograficznej FCC i HCP (patrz rys. 2.7). Jest stosowany szczególnie wtedy, gdy materiał nie wykazuje dużej wrażliwości na prędkość odkształcenia, ale jest bardzo wrażliwy na temperaturę. W modelu tym naprężenie płynięcia jest określone jako suma naprężenia termicznego  $\sigma_{\text{th}}$  i atermicznego  $\sigma_{\text{ath}}$  zgodnie z następującym równaniem:

$$\sigma_{\text{brass}} = \sigma_{\text{ath}} + \sigma_{\text{th}}. \quad (2.9)$$

W równaniu (2.9) człon niezależny od temperatury  $\sigma_{\text{ath}}$  jest obliczany w następujący sposób:

$$\sigma_{\text{ath}} = c_1 + c_2 \varepsilon_p^{c_3}, \quad (2.10)$$

gdzie  $c_1$ ,  $c_2$  i  $c_3$  są parametrami materiałowymi. Człon termiczny  $\sigma_{\text{th}}$  jest obliczany za pomocą następującego równania:

$$\sigma_{\text{th}} = (c_4 + c_5 \varepsilon_p^{c_6}) \left( 1 - \left( c_7 T \ln \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_p^0} \right)^{1/q_1} \right)^{1/q_2}, \quad (2.11)$$

gdzie  $c_4 - c_7$  oraz  $q_1$  i  $q_2$  są parametrami materiałowymi. W równaniach (2.10) i (2.11)  $\varepsilon_p$  oraz  $\dot{\varepsilon}_p$  są, odpowiednio, odkształceniem plastycznym oraz prędkością odkształcenia plastycznego, a  $T$  jest temperaturą. W modelu VA człon termiczny  $\sigma_{\text{th}}$  zmniejsza się wraz ze wzrostem temperatury  $T$  po przekroczeniu wartości krytycznej:

$$T_{\text{cr}} = \left( -c_7 \ln \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_p^0} \right)^{-1}. \quad (2.12)$$



W celu identyfikacji parametrów materiałowych metodą najmniejszych kwadratów wykorzystano zarówno wyniki testów w temperaturze pokojowej, jak i wyniki badań quasi-statycznych w podwyższonej temperaturze (patrz. rys. 2.9). Parametry materiałowe mosiądzu (model VA) zaprezentowano w tab. 2.2 (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015).

Tabela 2.2. Parametry materiałowe mosiądzu (VA)

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
325 MPa	200 MPa	0,2	125 MPa	1700 MPa
$c_6$	$c_7$	$q_1$	$q_2$	$\dot{\epsilon}_p^0$
0,79	$3,55e - 5$	1,5	0,5	$5,49e17$

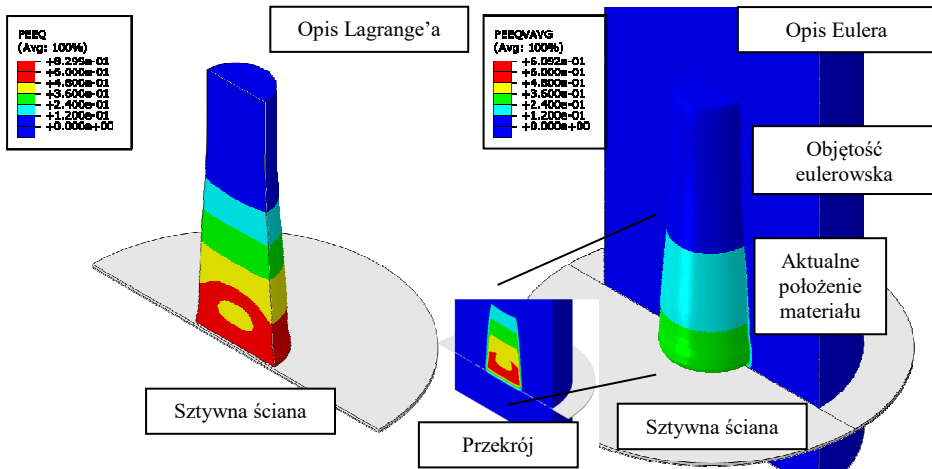
### 2.3.2. Opis deformacji

W niniejszej monografii są prezentowane jedynie wyniki symulacji komputerowych z użyciem modelu Johnsona-Cooka (JC). Jednak należy zaznaczyć, że z zastosowaniem modelu Voyiadjisa-Abeda (VA) można lepiej uwzględnić osłabienie termiczne.

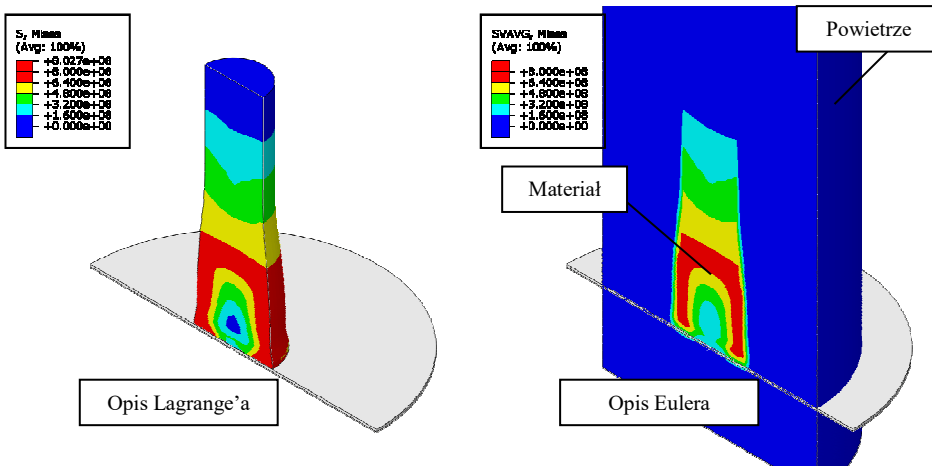
Wykorzystując dwa omówione wcześniej opisy deformacji (Lagrange'a i Eulera), oraz z uwzględnieniem identycznych warunków początkowych, tzn. początkowej temperatury i początkowej prędkości próbki, przeprowadzono symulację testu Taylora. Badana próbka miała średnicę 8 mm i długość 40 mm. Analizowano szeroki zakres prędkości próbki, uwzględniany w eksperymentach. Maksymalna prędkość początkowa wynosiła 200 m/s. W obu modelach komputerowych (zarówno z opisem Lagrange'a, jak i Eulera) uwzględniono kontakt między sztywną ścianą a próbka.

Podczas uderzenia w strefie kontaktu ze sztywną przeszkodą w próbce pojawiło się znaczące odkształcenie plastyczne. W modelu opartym na opisie Lagrange'a w strefie kontaktu pojawiały się również duże zniekształcenia (ang. *distortions*) elementów. Z tego względu z zastosowaniem opisu Eulera uzyskano dokładniejsze rezultaty. Wyniki obu symulacji porównano z zastosowaniem optymalnych dyskretyzacji, przy czym model z opisem Lagrange'a składał się z 40 tys. elementów skończonych, a model z opisem Eulera na skutek konieczności modelowania również otoczenia próbki – z 250 tys. elementów skończonych. W związku z tym czas obliczeń w przypadku drugiego modelu był kilkukrotnie dłuższy.

Na podstawie prezentowanych analiz nie zaobserwowano zdecydowanej różnicy między porównywanymi rozwiązaniami (patrz rys. 2.16 i 2.17). Rozkłady zarówno ekwiwalentnego odkształcenia, jak i ekwiwalentnego naprężenia



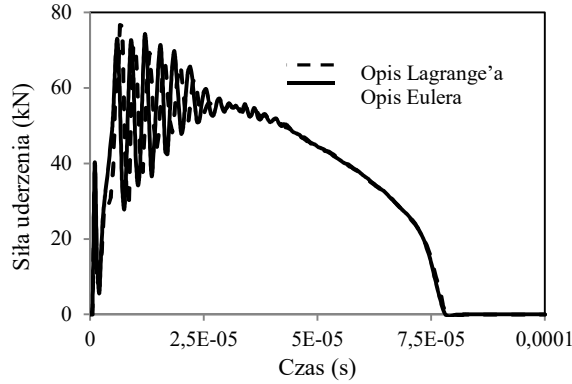
Rys. 2.16. Ekwiwalentne odkształcenie plastyczne podczas symulacji testu Taylora dla dwóch opisów deformacji: Lagrange'a (po lewej) i Eulera (po prawej) po  $100 \mu\text{s}$



Rys. 2.17. Ekwiwalentne naprężenie Misesa podczas symulacji testu Taylora dla dwóch opisów deformacji: Lagrange'a (po lewej) i Eulera (po prawej) po  $50 \mu\text{s}$

Misesa były zbliżone. Należało porównywać tylko tę część modelu z opisem Eulera, w której w danej chwili znajdował się materiał (mosiądz). Dodatkowo porównano siły uderzenia w sztywną przeszkodę w przypadku zastosowania obu modeli (patrz rys. 2.18). Wykazano, że przebiegi zmian siły uderzenia w obu przypadkach były podobne. Czas trwania procesu deformacji również był prawie identyczny i wynosił około  $78 \mu\text{s}$ . Zatem można stwierdzić, że naprężenie (rys. 2.17) zarejestrowano w momencie, kiedy proces deformacji był aktywny (podczas uderzenia), a odkształcenie plastyczne (trwałe deformacje) (rys. 2.16) – już

po odbiciu próbki od sztywnej przeszkody. Zarówno poziomy siły (około 60 kN), jak i czas procesu były więc równe w obu analizowanych przypadkach.



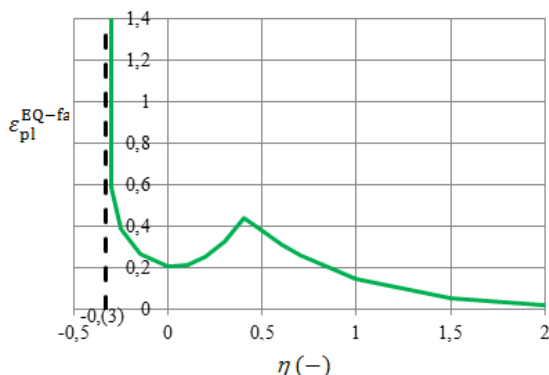
Rys. 2.18. Porównanie siły uderzenia podczas symulacji testu Taylora (prędkość początkowa 200 m/s)

W dalszych symulacjach ze względu na krótszy czas obliczeń zastosowano model z opisem Lagrange'a. Przedstawiona analiza komputerowa wykazała, że z wykorzystaniem obu opisów deformacji uzyskano podobne wartości oraz rozkłady naprężenia i odkształcenia. Jednak użycie modelu Lagrange'a umożliwiało określenie w bardzo prosty sposób długości  $L_1$  i  $X$ , które są wymagane do określenia naprężenia, odkształcenia oraz prędkości odkształcenia w teście Taylora.

Z wykorzystaniem modelu Lagrange'a wyznaczono poziomy naprężenia w symulacji testu Taylora dla prędkości próbki od 80 m/s do 200 m/s. Mosiężną próbkę zdyskretyzowano za pomocą liniowych ośmiowęzłowych elementów objętościowych o zredukowanym całkowaniu, a przeszkoda, w którą uderza próbka podczas testu, była modelowana jako sztywna okrągła płyta (patrz rys. 2.16). Omawiane symulacje komputerowe przeprowadzono w programie Abaqus/Explicit, uwzględniając adiabatyczną przemianę mosiądzu z wykorzystaniem jawnego całkowania równań ruchu. Zastosowano adaptacyjną zmianę siatki elementów skończonych (ang. *arbitrary Lagrangian-Eulerian* – ALE) w celu zmniejszenia ich zniekształcenia podczas uderzenia (Abaqus 2015). Przyjęto różne czasy symulacji, od 0,0001 s do 0,0003 s, w zależności od początkowej prędkości próbki, ponieważ przy większej prędkości początkowej czas wyhamowania próbki był znacznie dłuższy. Ostatecznie po odbiciu próbki trwałe odkształcenie osiągało w symulacji ekstremum; taki stan próbki służył do określenia zarówno jej długości końcowej  $L_1$ , jak i długości strefy sprężystej  $X$ . Założono, że współczynnik tarcia występującego między obiema częściami modelu jest równy 0,2. Prawo tarcia obowiązuje również we wnętrzu próbki – podczas uderzenia tworzą się wewnętrzne powierzchnie kontaktu. Dodatkowym

istotnym elementem modelu numerycznego było kryterium zniszczenia, które przedstawiono na rys. 2.19. Z jego wykorzystaniem można określić rzeczywiste mechanizmy zniszczenia podczas symulacji testu Taylora z uwzględnieniem większej prędkości próbki. Na rysunku 2.20 pokazano przykładowy mechanizm zniszczenia próbki przy prędkości równej 200 m/s. W obliczeniach zastosowano następujące kryterium zniszczenia (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015 oraz Teng i in. 2005):

$$\varepsilon_{pl}^{EQ-failure}(\eta) = \begin{cases} \infty & \eta \leq -\frac{1}{3} \\ 0,1225 \left( \eta + \frac{1}{3} \right)^{-0,46} & -\frac{1}{3} < \eta \leq 0 \\ 1,9\eta^2 - 0,18\eta + 0,21 & 0 < \eta \leq 0,4 \\ \exp(-1,944\eta) & 0,4 < \eta \end{cases} \quad (2.13)$$

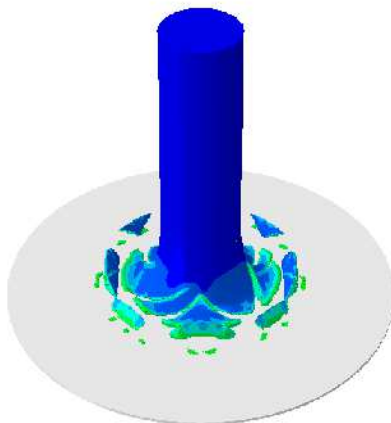


Rys. 2.19. Kryterium zniszczenia zastosowane dla mosiądzu

Z użyciem kryterium (2.13) wyznacza się poziom ekwiwalentnego odkształcenia plastycznego przy zniszczeniu  $\varepsilon_{pl}^{EQ-failure}$  w zależności od wartości współczynnika trójosiowości  $\eta$ , który jest miarą złożonego stanu naprężenia. Oblicza się go jako  $\eta = p/q$ , gdzie  $p$  jest pierwszym niezmiennikiem tensora naprężenia, a  $q$  drugim niezmiennikiem dewiatora tensora naprężenia. Istnieje asymptota dla wartości równej  $-1/3$ , która zapobiega zniszczeniu ściskanych elementów (strefa kontaktu). Gdy wartość współczynnika trójosiowości  $\eta$  mieściła się w zakresie od  $-1/3$  do  $0,4$ , wówczas odkształcenia plastyczne przy zniszczeniu były mniejsze. Umożliwiało to tworzenie się stref poślizgu (ang. *shear bands*) (patrz rys. 2.20).

Podczas testu Taylora w strefie uderzenia występował złożony stan naprężenia. Współczynnik trójosiowości  $\eta$  przyjmował zarówno wartości ujemne

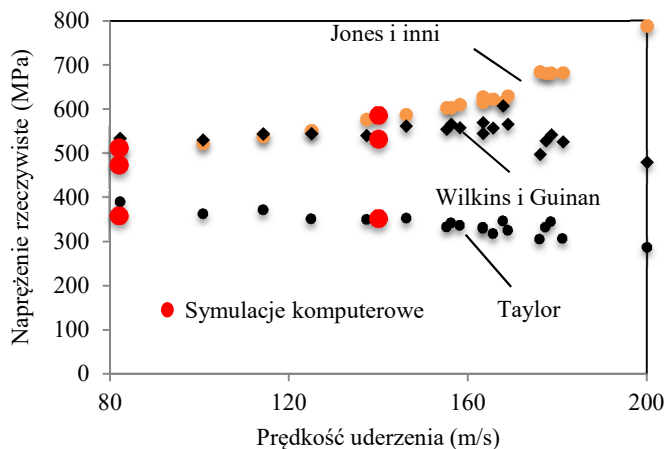
(ściskanie lub ściskanie ze ścinaniem), jak i dodatnie (rozciąganie lub rozciąganie ze ścinaniem) (patrz rys. 2.19).



Rys. 2.20. Mechanizm zniszczenia próbki przy prędkości początkowej 200 m/s

#### 2.4. Porównanie wyników symulacji oraz eksperymentów

Symulacje komputerowe testu Taylora zostały wykonane w celu weryfikacji metod określania wartości odkształcenia, prędkości odkształcenia oraz poziomu naprężenia występujących w próbce podczas testu. Na rysunku 2.21 pokazano zależność naprężenia rzeczywistego w próbce od prędkości uderzenia (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015 oraz Julien i in. 2016). Wartości naprężenia rzeczywistego odpowiadają wynikom przedstawionym na rys. 2.15, gdzie dodatkowo zastosowano równanie (2.2) do obliczenia odkształcenia próbki. Jak już wspomniano, z wykorzystaniem równania (2.6) wyznaczono poziom naprężenia zgodny z uzyskanym eksperymentalnie (patrz rys. 2.15). Dodatkowo na rys. 2.21 pokazano wyniki wybranych symulacji komputerowych dla prędkości pocisku 82 m/s i 140 m/s. Zastosowano w nich parametry materiałowe (tab. 2.1) określone wcześniej na podstawie testów quasi-statycznych i dynamicznych (rys. 2.8). Na rysunku 2.21 wyniki symulacji komputerowych zaznaczono w postaci czerwonych punktów. Widać wyraźnie ich zbieżność z wynikami badań eksperymentalnych, uzyskanymi z wykorzystaniem zależności Taylora, Wilkina i Guinana oraz Jonesa i innych, przy czym jedynie te ostatnie są zgodne z wcześniej założonym modelem konstytutywnym dla miedzi. Inne wyniki symulacji komputerowych, oparte na modelu VA, pokazano w pracy (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015).



Rys. 2.21. Porównanie wyników badań eksperymentalnych i symulacji komputerowych

Aby uzyskać w teście Taylora inne kombinacje odkształcenia i prędkości odkształcenia, sugeruje się wykorzystanie próbek o różnej długości  $L$ , np. 20 mm lub 30 mm. Jest oczywiste, że gdy stosuje się wyłącznie próbki o długości 40 mm, wówczas jedyną zmienną w teście jest prędkość próbki, a zgodnie z wcześniej przedstawionymi wykresami (rys. 2.10a i b) z im większą prędkością uderza próbka, tym większe są odkształcenie i prędkość odkształcenia. Gdy stosuje się próbki o różnej długości, można uzyskać na przykład tę samą prędkość odkształcenia, ale inny poziom odkształcenia (Abed, Jankowiak, Rusinek 2015).

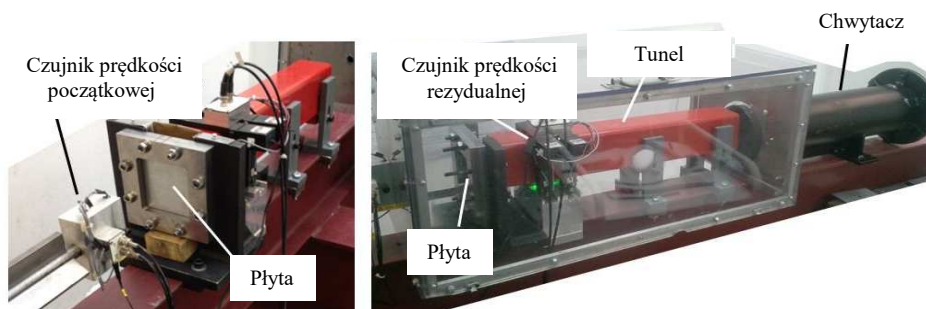
### 3. Test balistyczny

Eksperymentem, który umożliwia określenie odporności na przebicie konstrukcji uderzonej pociskiem, jest test balistyczny. Stosuje się go w wielu laboratoriach na świecie w celu określania dynamicznych właściwości materiału, ponieważ podczas przebijania konstrukcji występują w nim bardzo duże prędkości odkształcenia. Na podstawie testu balistycznego można zweryfikować model komputerowy razem z modelem konstytutywnym oraz z kryterium zniszczenia materiału przez sprzężenie symulacji z eksperymentem. W literaturze opisano liczne badania związane z problematyką przebicia cienkich blach przez sztywny pocisk (Atkins, Afzal Khan, Liu 1998, Borvik i in. 2002a i 2002b, Borvik i in. 2003, Dey i in. 2004, Rusinek i in. 2009b oraz Yong, Iannucci, Falzon 2010). Powstało wiele modeli analitycznych (Recht, Ipson 1963), które służą do określenia zależności między prędkością rezydualną pocisku a jego prędkością początkową dla płyt wykonanych z ciągliwych metali, poddanych przebiciu pociskami stożkowymi (Chen, Huang, Liang 2011). Mechanizm zniszczenia cienkiej płyty poddanej perforacji przez pociski o różnych kształtach był przedmiotem analizy między innymi w pracach (Arias, Rodríguez-Martínez, Rusinek 2008, Kpenyigba i in. 2013 oraz 2015). Przebicie konstrukcji wielowarstwowych analizowano w pracach (Alavi Nia, Hoseini 2011, Morka, Niezgoda, Nowak 2012 oraz Yong, Iannucci, Falzon 2010). Zachowanie dynamiczne powłok polimerowych podczas perforacji przedstawiono w pracach (García-González i in. 2015 oraz Raimondo i in. 2008). Analiza mechanizmu zniszczenia płyty na skutek wybuchu lub uderzenia pociskiem została dokonana w pracy (Wierzbicki 1999).

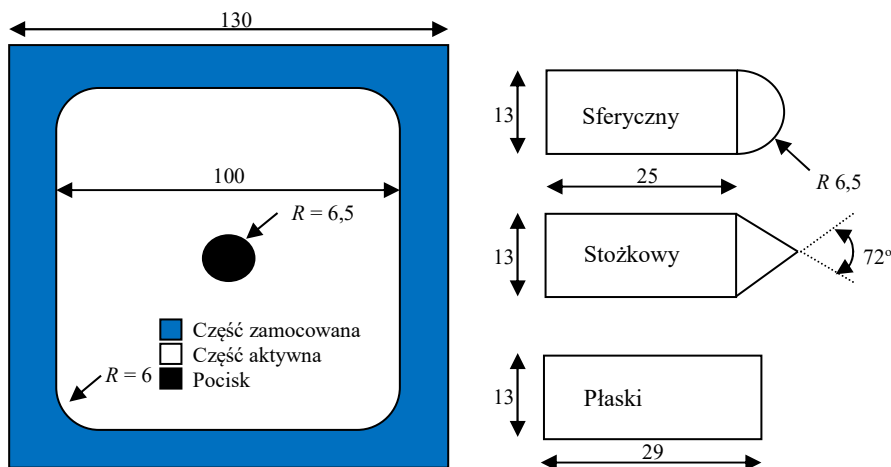
#### 3.1. Ogólna charakterystyka testu balistycznego

W opisanych w tym rozdziale testach zastosowano działło gazowe, służące do przyspieszania pocisków, oraz długą lufę, w której pociski są przyspieszane przez rozprężenie gazu. Gaz może zostać wstępnie sprężony do ciśnienia 100 barów, a prędkość uderzenia  $V_0$  może wtedy osiągnąć około 600 m/s w zależności od masy pocisku.

Stanowisko do prowadzenia testów balistycznych przedstawiono schematycznie w rozdziale 2, dotyczącym testu Taylora (rozdział 2, rys. 2.1). Różnica między tym stanowiskiem a urządzeniem stosowanym w teście balistycznym polega na tym, że zamiast sztywnej ściany, w którą uderza próbka, wykorzystuje się oprzyrządowanie przedstawione na rys. 3.1. Dodatkowym istotnym elementem tego stanowiska jest czujnik prędkości rezydualnej. Uchwyt zapewnia utwierdzenie badanej konstrukcji na obwodzie. Wymiary badanych próbek mogą być różne. Ważne jest, że perforacja spowodowana uderzeniem pocisku występuje w jego niedalekim sąsiedztwie (rys. 3.2).



Rys. 3.1. Oprzyrządowanie używane w testach balistycznych



Rys. 3.2. Geometria przebijanej blachy oraz wybrane kształty pocisku (wymary podano w milimetrach)

Omawiany eksperyment stosuje się między innymi w celu wyznaczenia prędkości wylotowej pocisku  $V_R$  (prędkości rezydualnej) w zależności od prędkości uderzenia  $V_0$  (prędkości początkowej). Istotne jest wyznaczenie minimalnej prędkości początkowej  $V_B$ , przy której pocisk przebija badaną konstrukcję (Alavi Nia, Hoseini 2011, Committee on Opportunities ... 2011, Khan, Ansari, Gupta 2003.). Podczas uderzenia, penetracji i perforacji występują duże wartości prędkości odkształcenia, nierzadko przekraczające  $10^5$  1/s. Istotne jest zatem określenie właściwości materiału w szerokim zakresie prędkości odkształcenia. Umożliwiają to testy Taylora oraz testy ściskania dynamicznego z wykorzystaniem pręta Hopkinsona, wykonane na krótkich próbkach i z uwzględnieniem dużej prędkości uderzenia. Zostało to szczegółowo opisane w rozdziałach 1 i 2.



### 3.1.1. Mechanizm zniszczenia podczas przebicia

W chwili niszczenia przebijanej konstrukcji w niszczonej materiale powstaje złożony stan naprężenia (Vershinin 2015), określany przez podanie stosunku pierwszego niezmiennika tensora naprężenia  $p$  do drugiego niezmiennika dewiatora tensora naprężenia  $q$ . Bierze się przy tym pod uwagę wartości uśrednione, ponieważ w dynamicznym procesie, jakim jest test balistyczny, składowe tensora naprężenia szybko się zmieniają. Zatem kryterium zniszczenia dla metalu, określające graniczne odkształcenie plastyczne, można zapisać w postaci:

$$\varepsilon_{pl}^{\text{EQ-failure}} = f(\eta), \quad (3.1)$$

gdzie  $\eta = p/q$  to współczynnik trójosiowości stanu naprężenia. Zgodnie z kryterium (3.1) odkształcenie plastyczne przy zniszczeniu  $\varepsilon_{pl}^{\text{EQ-failure}}$  określa się jako funkcję  $f$  współczynnika trójosiowości  $\eta$ .

Możliwe jest oszacowanie współczynnika trójosiowości oraz odkształcenia, jakie lokalnie występują w quasi-statycznym teście rozciągania (Landron i in. 2011 oraz Teng, Wierzbicki 2006). Wartość lokalnego odkształcenia  $\varepsilon_{loc}$  można obliczyć, znając początkowe pole rozciąganego przekroju  $A_0$  oraz pole przekroju w chwili zniszczenia  $A_f$ , na podstawie następującej zależności:

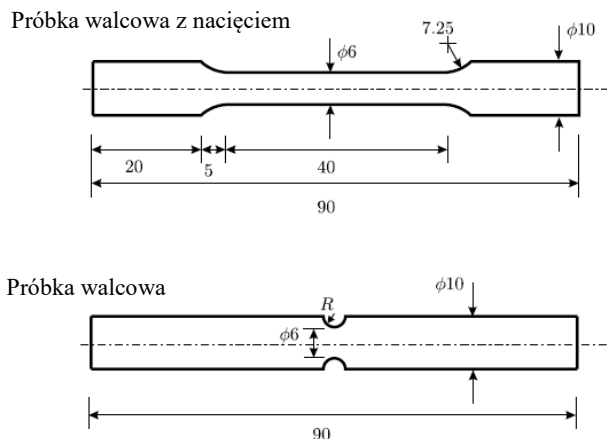
$$\varepsilon_{loc} = \ln \frac{A_0}{A_f}. \quad (3.2)$$

Zgodnie z formułą Bidgmana (Landron i in. 2011 oraz Teng, Wierzbicki 2006) współczynnik trójosiowości  $\eta_B$  w teście rozciągania można wyznaczyć, znając promień przekroju początkowego próbki  $r_0$  i promień karbu  $R_{\text{notch}}$ , na podstawie następującej zależności:

$$\eta_B = \frac{1}{3} + \ln \left( 1 + \frac{r_0}{2R_{\text{notch}}} \right). \quad (3.3)$$

Na rysunku 3.3 pokazano przykładowe wymiary próbki, które przyjmuje się w celu wyznaczenia kryterium zniszczenia (Teng, Wierzbicki 2006). Próbki o różnych promieniach karbu  $R_{\text{notch}}$  są stosowane ze względu na występujące w takim przypadku różne stany naprężenia (mierzone współczynnikiem trójosiowości  $\eta$ ). Podobna sytuacja występuje w przypadku perforacji cienkich i grubych blach. Kluczowy wpływ na stan naprężenia ma również kształt frontu pocisku. Stwierdzono ponadto, że średnie wartości współczynnika trójosiowości




zmieniają się od 0 do  $2/3$ . W przypadku blach grubszych możliwe są również wartości ujemne (Jankowiak i in. 2014).



Rys. 3.3. Geometria próbek stosowanych do określenia kryterium zniszczenia (Teng, Wierzbicki 2006) (wymiary podano w milimetrach)

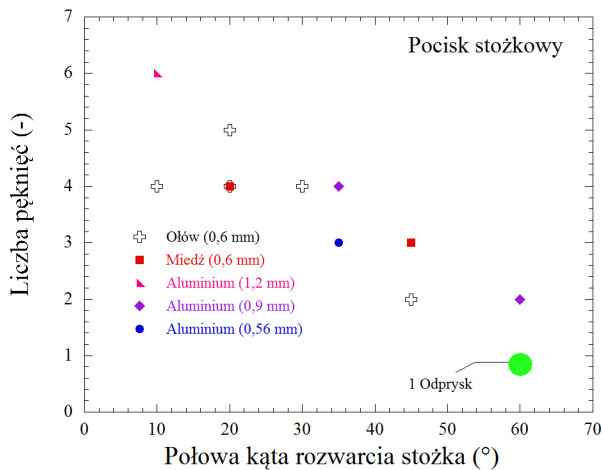
Należy nadmienić, że wartość współczynnika trójosiowości  $\eta$  zależy wprost od złożoności stanu naprężenia, która jest jednocześnie uzależniona od zastosowanego kształtu frontu pocisku. Typowe wartości współczynnika trójosiowości dla trzech wybranych stanów naprężenia podano w tab. 3.1. Są to wartości zgodne z wynikami eksperymentów balistycznych wykonanych z zastosowaniem pocisków o różnych kształtach frontu (płaskim, stożkowym i sferycznym).

Tabela 3.1. Porównanie współczynników trójosiowości, stanów naprężenia oraz mechanizmów zniszczenia

Stan naprężenia	Czyste ścinanie	Jednoosiowe rozciąganie	Dwuosiowe rozciąganie
$\eta$	0	$1/3$	$2/3$
Kształt frontu pocisku	płaski	stożkowy	sferyczny
Mechanizm zniszczenia			

Testy balistyczne wykonuje się również w celu ustalenia wpływu prędkości ekwiwalentnego odkształcenia plastycznego  $\dot{\epsilon}_{eq}^{pl}$ , uwzględnianego w równaniu (3.1), opisującym kryterium zniszczenia. W ogólnym przypadku funkcja  $f(\eta)$  przyjmuje zatem postać  $f(\eta, \dot{\epsilon}_{eq}^{pl})$  (Teng, Wierzbicki 2006).

Istotnym czynnikiem badanym podczas testów balistycznych były mechanizmy zniszczenia. Na podstawie eksperymentów wykazano, że są one różne w zależności od kształtu frontu pocisku (patrz tab. 3.1). Uderzenie pocisku o frontie płaskim powoduje ścięcie i pojawienie się odprysku (ang. *plug*). Perforacja przez pocisk zakończony stożkowo kończy się powstaniem w strukturze pęknięć oraz jej rozerwaniem (ang. *patels*). Liczba pęknięć zależy od kąta rozwarcia frontu pocisku stożkowego (Atkins, Afzal khan, Liu 1998, Kpenyigba i in. 2013 i 2015). Na rysunku 3.4 wykazano na podstawie wielu eksperymentów (Kpenyigba i in. 2013 i 2015), że im większy jest kąt rozwarcia stożkowego frontu pocisku, tym mniejsza jest liczba pęknięć promieniowych. Istnieje graniczna wartość tego kąta, przy której powstaje jeden odprysk (patrz rys. 3.4).

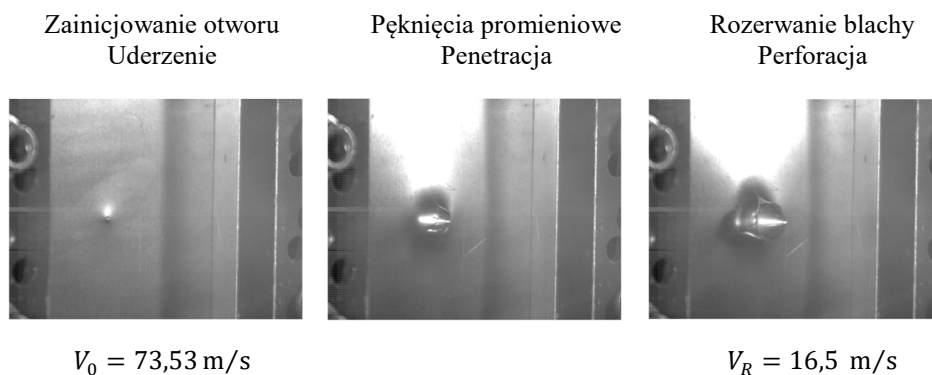


Rys. 3.4. Liczba pęknięć dla różnych kątów rozwarcia (pocisk o froncie stożkowym)

W przypadku zastosowania pocisku zakończonym sferycznie również pojawia się odprysk, którego średnica zależy od warunków tarcia zachodzącego między pociskiem a perforowaną blachą (Borvik i in. 2003, Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Rusinek i in. 2009b). W przypadku użycia pocisków o froncie płaskim mechanizmem zniszczenia jest ścięcie, przy czym jednocześnie pojawia się pojedynczy odprysk, podobnie jak przy dużym kącie rozwarcia stożkowego frontu pocisku (Borvik i in. 2002a i 2002b).

Istotnym elementem stanowiska pomiarowego do badań balistycznych jest szybka kamera. W skrajnych przypadkach, szczególnie przy niewielkiej prędkości

kości rezydualnej, z jej użyciem można określić, czy doszło do perforacji. Zdarza się, że otwór w badanej konstrukcji wygląda tak, jakby pocisk ją przebił, jednak na filmie zarejestrowanym szybką kamerą widać, że do perforacji nie doszło, a pocisk odbił się od konstrukcji. Szybka kamera umożliwi również pomiar prędkości pocisku przed perforacją i po perforacji. Jednak jest to procedura żmudna, a jej wyniki są obarczone dość dużym błędem, większym niż w przypadku zastosowania laserowego czujnika prędkości rezydualnej. Szybką kamerę stosuje się głównie ze względu na możliwość obserwowania procesu perforacji i określenia czasu zniszczenia, co może posłużyć do oszacowania siły uderzenia. Na rysunku 3.5 przedstawiono trzy klatki z filmu zarejestrowanego za pomocą szybkiej kamery Phantom V711. Są na nich widoczne trzy podstawowe etapy procesu perforacji, czyli uderzenie, penetracja i perforacja (Jankowiak i in. 2014).



Rys. 3.5. Proces perforacji blachy stalowej przez pocisk o froncie stożkowym

### 3.1.2. Dyssypacja energii oraz zależność prędkości rezydualnej od prędkości początkowej

Istotnym elementem analizy wyników testu balistycznego jest również określenie energii dyssypowanej podczas procesu perforacji. Cała początkowa energia kinetyczna pocisku  $E_{k0}^P$  lub jej część zamienia się w energię wewnętrzną przebijanej konstrukcji  $E_I^S$ . Gdy pocisk przebija konstrukcję, jego energię kinetyczną  $E_k^P$  oblicza się na podstawie jego masy  $m_p$  oraz prędkości rezydualnej  $V_R$ . Zatem energię dyssypowaną  $E_d$ , równą co do wartości energii wewnętrznej  $E_I^S$  przebijanej konstrukcji, oblicza się na podstawie następującego równania:

$$E_d = E_{k0}^P - E_k^P = \frac{m_p V_0^2}{2} - \frac{m_p V_R^2}{2}. \quad (3.4)$$

W równaniu (3.4) są uwzględnione prędkość rezydualna  $V_R$ , którą wyznacza się eksperymentalnie, oraz masa pocisku  $m_P$ . Okazuje się, że nawet niewielkie zmiany prędkości rezydualnej w bardzo dużym stopniu wpływają na dyssypację energii w badanej konstrukcji.

Zależność prędkości rezydualnej  $V_R$  od prędkości początkowej  $V_0$  można określić z wykorzystaniem modelu Rechta-Ipsona (Recht, Ipson 1963):

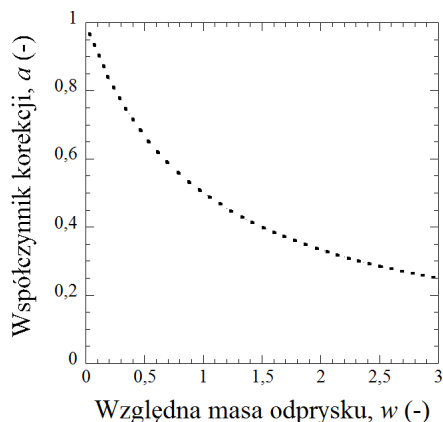
$$V_R = a (V_0^\kappa - V_B^\kappa)^{1/\kappa}. \quad (3.5)$$

W równaniu (3.5) występują trzy parametry:  $V_B$ ,  $\kappa$  i  $a$ . Parametr  $V_B$  to minimalna prędkość początkowa, przy której pocisk przebija badaną konstrukcję, a parametr  $\kappa$  określa kształt krzywej w przestrzeni  $V_R - V_0$ . Za pomocą współczynnika korekcji  $a$  uwzględnia się możliwość zamiany części początkowej energii kinetycznej pocisku na energię kinetyczną  $E_k^{PL}$  powstałego odprysku, który porusza się z prędkością  $V_{PL}$ . W związku z tym Recht i Ipson (1963) zastosowali w równaniu (3.5) współczynnik korekcji  $a$ , który można obliczyć na podstawie następującego równania:

$$a = \frac{m_P}{m_P + m_{PL}}, \quad (3.6)$$

gdzie  $m_{PL}$  jest masą odprysku.

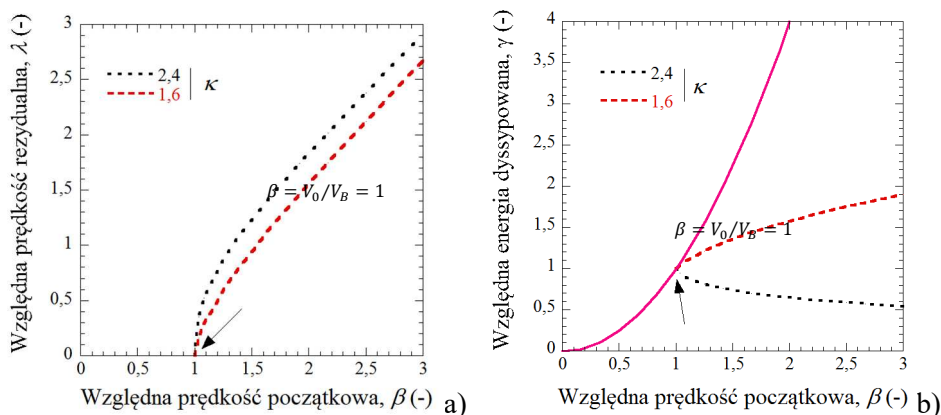
Na rysunku 3.6 przedstawiono zależność współczynnika korekcji  $a$  od stosunku masy odprysku  $m_{PL}$  do masy pocisku  $m_P$ , czyli od względnej masy odprysku  $w = m_{PL}/m_P$ . Widać wyraźnie, że pojawienie się odprysku jest równoznaczne ze zmniejszeniem się zarówno współczynnika korekcji  $a$ , jak i prędkości rezydualnej  $V_R$ . Wartości względnej masy odprysku są większe niż jeden,



Rys. 3.6. Wpływ względnej masy odprysku  $w$  na wartość współczynnika korekcji  $a$

gdy masa odprysku jest większa niż masa pocisku, co jest możliwe zarówno w przypadku pocisków o froncie sferycznym, jak i płaskim, szczególnie po uderzeniu w masywne (grube) płyty i pancerze. Oczywiście istnieje możliwość zważenia po teście masy odprysków  $m_{PL}$ , która w ogólnym przypadku może być zależna od prędkości uderzenia. Jest to szczególnie istotne, jeśli dochodzi do uderzenia w masywne płyty betonowe lub żelbetowe, kiedy masa odprysku może być znaczna (Jankowiak 2011).

W celu ukazania wpływu parametru  $\kappa$  na kształt krzywej w przestrzeni  $V_R - V_0$  i energię dyssypowaną podczas testu w poniższych rozważaniach założono, że nie powstaje odprysk. Z taką sytuacją mamy do czynienia w przypadku użycia pocisków o froncie stożkowym. Po podstawieniu równania (3.5) do (3.6) istnieje możliwość zilustrowania wpływu kształtu krzywej w przestrzeni  $V_R - V_0$ , określonego przez parametr  $\kappa$ , na ilość energii dyssypowanej podczas testu. Na rysunku 3.7a zaprezentowano wpływ parametru  $\kappa$  na krzywą w układzie osi bezwymiarowych: względnej prędkości początkowej  $\beta = V_0/V_B$  i względnej prędkości rezydualnej  $\lambda = V_R/V_B$ . Przedstawiono krzywe w przestrzeni  $\lambda - \beta$  dla dwóch wartości parametru  $\kappa$  (2,4 oraz 1,6). Wartości te nieznacznie zmieniają jej kształt i przy względnej prędkości początkowej  $\beta = 3$  względna prędkość rezydualna  $\lambda$  zmienia się o ok. 0,24, co odpowiada różnicy prędkości rezydualnych ok. 15 m/s. Jak się jednak okazuje, ma to duży wpływ na dyssypację energii przez konstrukcję. Na rysunku 3.7b przedstawiono energię dyssypowaną przy tych samych wartościach parametru kształtu  $\kappa$  (2,4 i 1,6) również w układzie osi bezwymiarowych: względnej prędkości początkowej  $\beta$  i względnej energii dyssypowanej  $\gamma = E_d/E_{kB}^P$ , gdzie  $E_{kB}^P$  jest energią kinetyczną pocisku poruszającego się z prędkością równą  $V_B$ . Widać więc, że niewielka zmiana właściwości materiału lub ich błędne określenie wpływa na wartość energii dyssypowanej

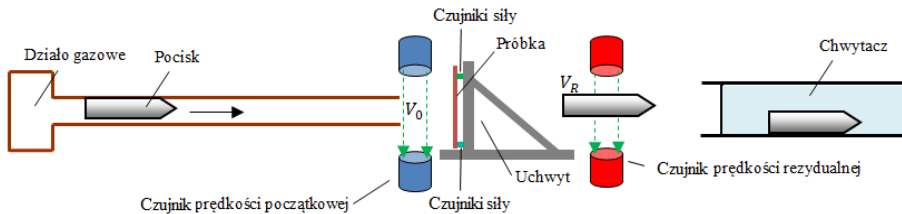


Rys. 3.7. Wpływ względnej prędkości początkowej  $\beta$  na: a) względną prędkość rezydualną  $\lambda$  oraz b) względną energię dyssypowaną  $\gamma$

podczas testu. W pierwszym przypadku ( $\kappa = 2,4$ ) konstrukcja w miarę wzrostu prędkości uderzenia  $V_0$  (oraz względnej prędkości początkowej  $\beta$ ) dyssypuje coraz mniej energii (opadająca krzywa na rys. 3.7b), natomiast w drugim przypadku ( $\kappa = 1,6$ ) wraz ze wzrostem prędkości uderzenia  $V_0$  dyssypacja energii jest coraz większa.

### 3.1.3. Pomiar siły uderzenia

Pomiar siły uderzenia pocisku jest istotną, lecz skomplikowaną częścią testów balistycznych. Przykładowe stanowisko badawcze do jej pomiaru przedstawiono na rys. 3.8. Uchwyt, w którym umieszcza się próbkę, jest wyposażony w cztery piezoelektryczne czujniki siły (rys. 3.9), które określają wytrzymałość badanej konstrukcji.



Rys. 3.8. Stanowisko do badań balistycznych oraz pomiaru siły uderzenia



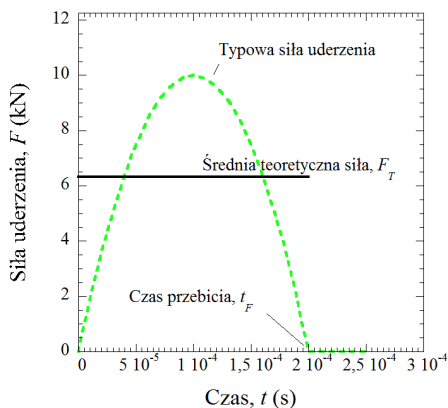
Rys. 3.9. Piezoelektryczne czujniki siły uderzenia

Siłę uderzenia można oszacować również za pomocą szybkiej kamery. Jeśli założy się stałe opóźnienie pocisku podczas perforacji, istnieje możliwość obliczenia średniej teoretycznej siły  $F_T$  uderzenia pocisku o badaną konstrukcję. W tym celu stosuje się następujące równanie:

$$F_T = \frac{V_0 - V_R}{t_F} m_p. \quad (3.7)$$

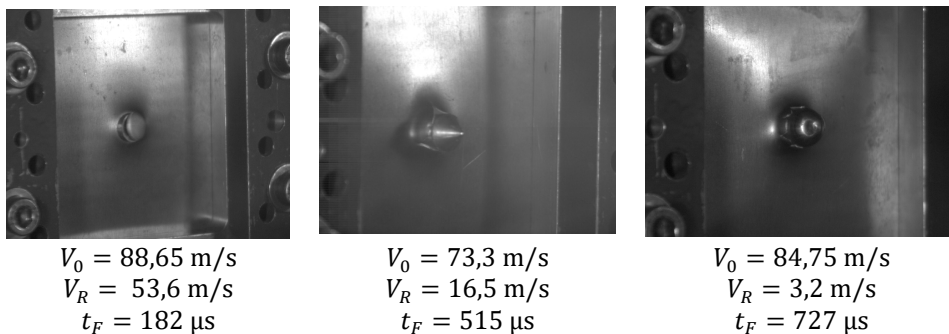
We wzorze (3.7)  $t_F$  jest czasem przebicia (ang. *failure time*), który można określić z dokładnością równą okresowi zapisu obrazu przez kamerę (odwrotność

częstotliwości). Jego precyzyjne wyznaczenie jest warunkiem oszacowania siły uderzenia. Gdy pocisk porusza się ze stałą prędkością rezydualną  $V_R$ , wówczas siła uderzenia zmniejsza się do zera. Typowy przebieg zmiany siły uderzenia przedstawiono na rys. 3.10. Czas przebicia  $t_F$  można określić z użyciem kamery. Jest to czas, po którym pocisk przebija konstrukcję i porusza się dalej ruchem jednostajnym, gdy między nim a konstrukcją nie działają żadne siły.



Rys. 3.10. Typowy przebieg siły uderzenia i średniej teoretycznej siły uderzenia  $F_T$

Na rysunku 3.11 przedstawiono położenie pocisków z frontami o kształtach: płaskim, stożkowym oraz sferycznym, stanowiące podstawę określenia czasu przebicia  $t_F$ , który jest istotnym parametrem uwzględnianym przy wyznaczeniu średniej teoretycznej siły zgodnie z równaniem (3.7).



Rys. 3.11. Położenie pocisków z frontami o różnych kształtach, będące podstawą do określenia czasu przebicia  $t_F$

Wyznaczona na tej podstawie średnia teoretyczna siła uderzenia  $F_T$  jest mniejsza niż siła maksymalna (rys. 3.10). Jednak znając ją, można uzyskać



ogólny pogląd na temat procesu przebijania oraz porównywać eksperymenty. Wartość  $F_T$  można też z powodzeniem wyznaczyć na podstawie wyników symulacji komputerowych, w których można obliczyć przebieg zmian siły uderzenia łącznie z określeniem maksimum tej siły oraz momentu jego wystąpienia.

### 3.2. Przebicie blach wykonanych ze stali miękkiej ES

Właściwości balistyczne konstrukcji są ważnymi czynnikami wpływającymi na jej zachowanie dynamiczne. Pojęcie testów balistycznych jest bardzo szerokie i obejmuje przede wszystkim badania wykonywane na potrzeby wojska. Z naukowego punktu widzenia, gdy przedmiotem zainteresowania są badania dynamicznych właściwości materiału, bardziej praktyczne jest wykorzystanie laboratoryjne dział gazowych, w których istnieje możliwość zmiany zarówno kształtu oraz średnicy, jak i prędkości początkowej pocisku, co nie jest możliwe w badaniach z wykorzystaniem rzeczywistej broni.

W dalszej części tego rozdziału zostanie zaprezentowany problem perforacji powłok stalowych wykonanych ze stali miękkiej ES (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Jankowiak i in. 2014, Kpenyigba i in. 2013, Kpenyigba i in. 2015). Zaprezentowana analiza procesu perforacji w połączeniu z symulacjami komputerowymi pomoże w analizie wszystkich zależności omówionych w podrozdziale 3.1. Takie podejście, uwzględniające obie metody, może służyć do kalibracji parametrów materiałowych łącznie z kryterium zniszczenia oraz do weryfikacji warunków kontaktu lub warunków brzegowych. Połączenie wymienionych metod umożliwia wskazanie przyczyn określonego przebiegu eksperymentu.

#### 3.2.1. Modelowanie konstytutywne

Aby symulacja komputerowa odzwierciedlała rzeczywisty eksperyment, powinno się zastosować właściwy model konstytutywny materiału. Ponadto istotne jest określenie (zidentyfikowanie) parametrów tego modelu z wykorzystaniem odpowiedniej liczby testów laboratoryjnych na materiale, z którego jest wykonana analizowana konstrukcja. W tej monografii wykorzystano podczas symulacji balistycznych modele Johnsona-Cooka (JC) (Johnson, Cook 1985) oraz Rusinka-Klepaczki (RK) (Rusinek, Zaera, Klepaczko 2007). Poniżej zostanie zaprezentowany model Rusinka-Klepaczki wraz z jego parametrami materiałowymi. Dodatkowo będą podane parametry materiałowe modelu Johnsona-Cooka, który omówiono szczegółowo w rozdziale 1.

Model Rusinka-Klepaczki omówiono w wielu publikacjach naukowych (Rusinek, Zaera, Klepaczko 2007, Rusinek i in. 2009a). Służy on do określenia nieliniowej zależności naprężenia podczas plastycznego płynięcia od prędkości odkształcenia i temperatury. Z jego zastosowaniem można opisać zachowanie materiału, to jest krzywą naprężenie–odkształcenie w szerokim zakresie od-

kształcenia  $\varepsilon_{pl}$ , prędkości odkształcenia  $\dot{\varepsilon}_{pl}$  oraz temperatury  $T$ . W modelu tym zakłada się dla materiału o strukturze BCC, że naprężenie ekwiwalentne  $\sigma(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T)$  jest sumą naprężenia wewnętrznego (ang. *internal*)  $\sigma_{\mu}(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T)$  oraz efektywnego  $\sigma^*(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)$  zgodnie z następującym równaniem:

$$\sigma(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T) = \frac{E(T)}{E_0} [\sigma_{\mu}(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T) + \sigma^*(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)]. \quad (3.8)$$

W równaniu (3.8)  $E_0$  jest modułem Younga w temperaturze zera bezwzględnej, a  $E(T)$  jest modułem Younga zależnym od temperatury zgodnie z zależnością:

$$E(T) = E_0 \left\{ 1 - \frac{T}{T_m} \exp \left[ \theta^* \left( 1 - \frac{T}{T_m} \right) \right] \right\}. \quad (3.9)$$

W równaniu (3.9)  $\theta^*$  to parametr zależny od mikrostruktury materiału, a  $T_m$  jest temperaturą topnienia materiału. Dla badanej stali ferrytycznej parametr  $\theta^*$  przyjmuje wartość 0,59 (Rusinek i in. 2009a). Naprężenie wewnętrzne oblicza się zgodnie z równaniem:

$$\sigma_{\mu}(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T) = B(\dot{\varepsilon}_{pl}, T) (\varepsilon_0 + \varepsilon_{pl})^{n(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)}, \quad (3.10)$$

w którym  $\varepsilon_0$  jest odkształceniem odpowiadającym granicy sprężystości. Moduł plastyczności  $B(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)$  zdefiniowano jako:

$$B(\dot{\varepsilon}_{pl}, T) = B_0 \left[ \frac{T}{T_m} \log \left( \frac{\dot{\varepsilon}_{\max}}{\dot{\varepsilon}_{pl}} \right) \right]^{-\nu_{CR}}. \quad (3.11)$$

W równaniu (3.11)  $B_0$ ,  $\nu_{CR}$  i  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  są stałymi materiałowymi. Parametr  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  jest maksymalną prędkością odkształcenia uwzględnianą w modelu. Ponadto w równaniu (3.10) pojawia się również współczynnik wzmocnienia  $n(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)$ , zależny od prędkości odkształcenia oraz od temperatury:

$$n(\dot{\varepsilon}_{pl}, T) = n_0 \left[ 1 - D_2 \left( \frac{T}{T_m} \right) \log \left( \frac{\dot{\varepsilon}_{pl}}{\dot{\varepsilon}_{\min}} \right) \right]. \quad (3.12)$$

W równaniu (3.12)  $n_0$ ,  $D_2$  i  $\dot{\varepsilon}_{\min}$  są stałymi materiałowymi. Parametr  $\dot{\varepsilon}_{\min}$  jest minimalną prędkością odkształcenia uwzględnianą w modelu RK. Naprężenie efektywne  $\sigma^*(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)$  oblicza się w modelu RK zgodnie z równaniem:

$$\sigma^*(\dot{\epsilon}_{pl}, T) = \sigma_0^* \left[ 1 - D_1 \left( \frac{T}{T_m} \right) \log \left( \frac{\dot{\epsilon}_{\max}}{\dot{\epsilon}_{pl}} \right) \right]^{m^*}. \quad (3.13)$$

Parametry  $\sigma_0^*$ ,  $D_1$  i  $m^*$  w równaniu (3.13) określają ewolucję naprężenia efektywnego w przestrzeni  $(\dot{\epsilon}_{pl}, T)$ , podobnie jak w równaniu Arrheniusa (Wróblewski 1983). W modelu RK, tak samo jak w modelu JC, jest uwzględniana adiabatyczna przemiana materiału, która prowadzi do wzrostu temperatury (rozdział 1, równanie 1.18). Identyfikacja wszystkich stałych materiałowych stanowi istotny etap poprzedzający symulacje komputerowe. Stosowaną w tym celu procedurę opisano w literaturze (Kpenyigba i in. 2015, Rusinek i in. 2009a). Stałe stali miękkiej ES wykorzystywane w obu modelach przedstawiono w tab. 3.2 i 3.3. Ich wartości ustalono na podstawie wymaganej liczby testów eksperymentalnych, zarówno statycznych, jak i dynamicznych (Kpenyigba i in. 2013, Moćko, Kowalewski 2012). W tabeli 3.4 zaprezentowano stałe fizyczne przyjęte w symulacjach komputerowych.

Tabela 3.2. Stałe materiałowe stali miękkiej ES (model JC)

$A$	$B$	$n$	$C$	$\dot{\epsilon}_0$	$m$
154 MPa	464 MPa	0,37	0,02	0,0001 1/s	0,7

Tabela 3.3. Stałe materiałowe stali miękkiej ES (model RK)

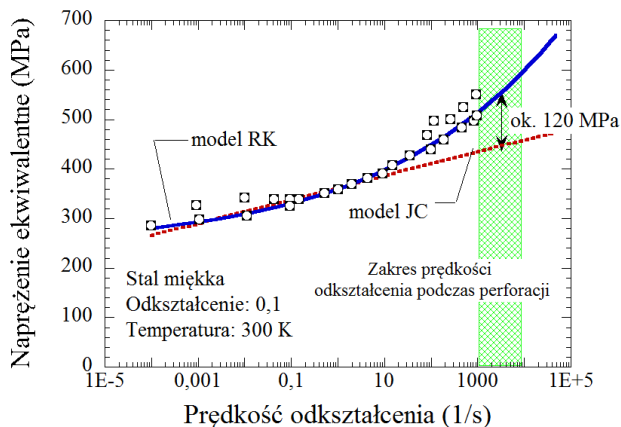
$B_0$	$n_0$	$\epsilon_0$	$D_1$	$v_{CR}$
591,6 MPa	0,285	0,018	0,48	0,2
$\sigma_0^*$	$m^*$	$D_2$	$\dot{\epsilon}_{\max}$	$\dot{\epsilon}_{\min}$
406,3 MPa	2,8	0,19	$10^7$ 1/s	$10^{-5}$ 1/s

Tabela 3.4. Stałe fizyczne stali miękkiej ES

$T_0$	$T_m$	$\beta$	$\rho$	$C_p$
300 K	1600 K	0,9	$7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$470 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}^{-1}$
$\nu$	$\alpha$	$\theta^*$	$E_{\text{steel ES}}$	
0,3	$10^{-5}$ 1/K	0,59	212 000 MPa	

Z uwzględnieniem danych ujętych w tabelach 3.2, 3.3 i 3.4 na rys. 3.12 zaprezentowano wrażliwość omawianej stali miękkiej ES na prędkość odkształcenia. Widać wyraźnie, że model RK wykazuje lepszą zgodność z wynikami

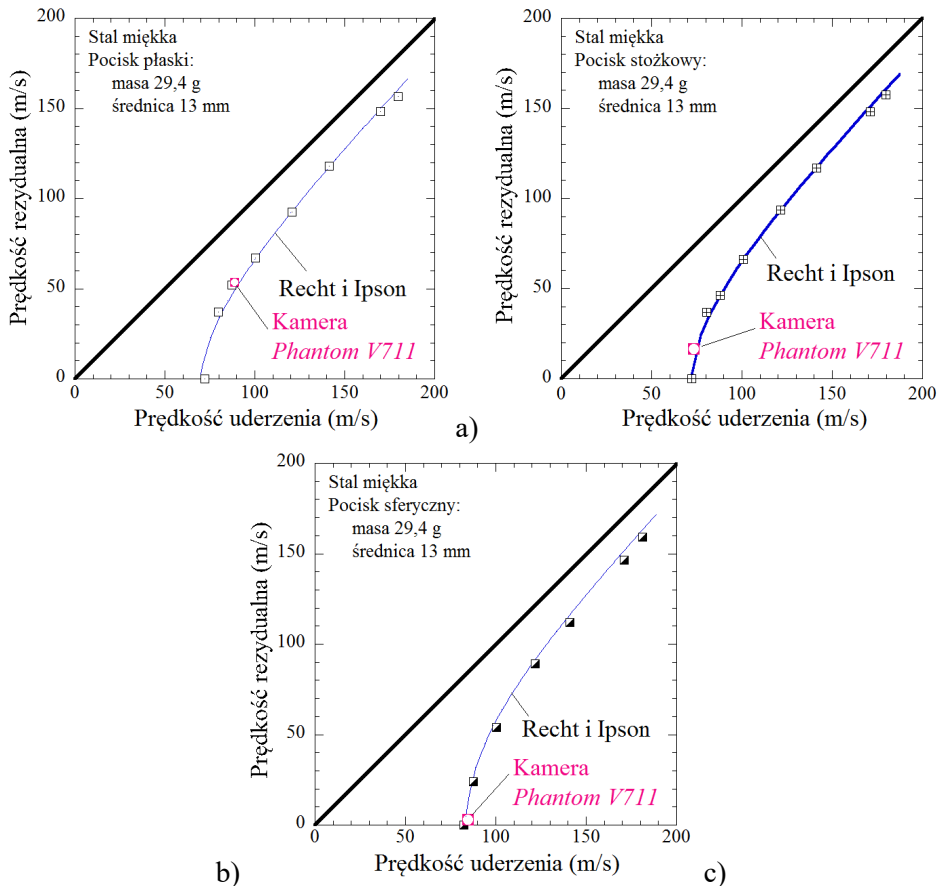
testów laboratoryjnych dla prędkości odkształcenia o wartościach większych od 10 1/s.



Rys. 3.12. Wrażliwość modeli materiałów (JC i RK) na prędkość odkształcenia

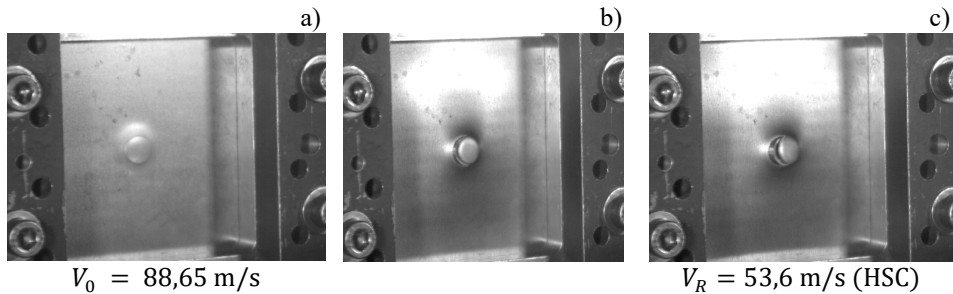
### 3.2.2. Zależność $V_R - V_0$ oraz energia dyssypowana w eksperymencie

W tym podrozdziale zostaną zaprezentowane wyniki testów laboratoryjnych, w których przebijano blachę ze stali miękkiej ES o grubości 1 mm. Krzywe w przestrzeni  $V_R - V_0$  uzyskano za pomocą działa gazowego z lufą o średnicy 13 mm, opisanego w rozdziale 2 i podrozdziale 3.1. Stosowano pociski o różnych kształtach frontu (płaskim, stożkowym i sferycznym). Wyznaczone krzywe w przestrzeni  $V_R - V_0$  pokazano na rys. 3.13a–c. Jak widać, minimalna prędkość początkowa  $V_B$ , przy której dochodzi do perforacji, w przypadku pocisków z frontami o kształtach płaskim i stożkowym jest równa 72 m/s, a w przypadku pocisku z frontem o kształcie sferycznym wynosi 83,5 m/s. Wyniki testów aproksymowano z wykorzystaniem równania (3.5) (Recht, Ipson 1963), które opisano w podrozdziale 3.1.2. Założono pomijalnie małą masę odprysku (współczynnik korekcji  $a = 1$ ). Należy nadmienić, że maksymalna względna masa odprysku  $w = 0,03$  występowała w przypadku użycia pocisków z frontem płaskim (największy odprysk miał masę około 1 g). Wartości współczynnika  $\kappa$  uzyskane w wyniku aproksymacji z zastosowaniem funkcji Rechta i Ipsona były równe 1,88, 1,82 oraz 1,94, odpowiednio, dla pocisków zakończonych płasko, stożkowo i sferycznie. Ma to, jak wiadomo, pewien wpływ na energię dyssypowaną podczas perforacji (patrz podrozdział 3.1.2). Okazało się, że większym prędkościom początkowym (większym od  $V_B$ ) odpowiadały większe wartości energii dyssypowanej (rys. 3.7).

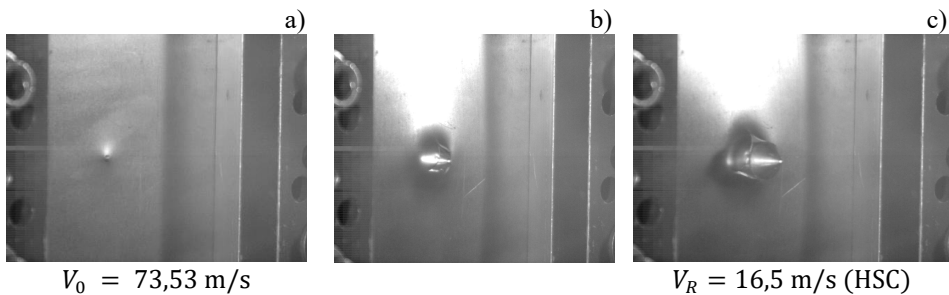


Rys. 3.13. Krzywe w przestrzeni  $V_R - V_0$  blachy ze stali miękkiej ES o grubości 1 mm dla pocisków: a) płaskiego, b) stożkowego i c) sferycznego

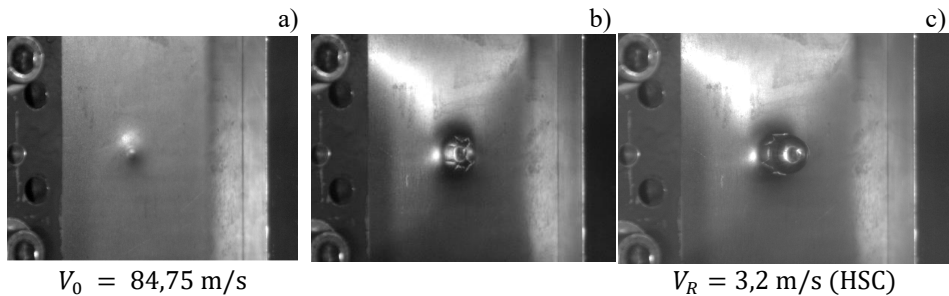
Przebieg wielu testów zarejestrowano za pomocą szybkiej kamery Phantom V711. Na podstawie analizy obrazu określono mechanizm perforacji oraz prędkość rezydualną pocisku (Kpenyigba i in. 2013). Przykładowe klatki z tych filmów zaprezentowano na rys. 3.14–3.16. Przedstawiono na nich procesy przebijania pociskami o frontach: płaskim (rys. 3.14), stożkowym (rys. 3.15) i sferycznym (rys. 3.16) przy prędkości początkowej, odpowiednio: 88,65 m/s, 73,53 m/s i 84,75 m/s oraz rezydualnej: 53,6 m/s, 16,5 m/s oraz 3,2 m/s.



Rys. 3.14. Proces przebicia pociskiem z frontem płaskim, a) po 30  $\mu\text{s}$  – uderzenie, b) po 151  $\mu\text{s}$  – penetracja i c) po 182  $\mu\text{s}$  – perforacja



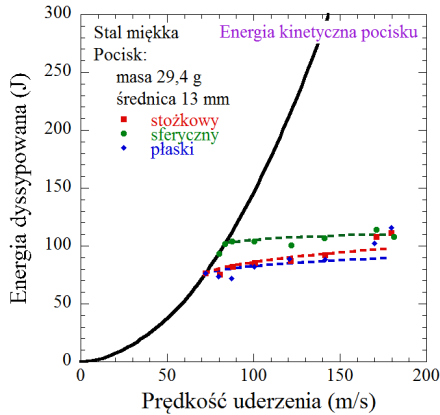
Rys. 3.15. Proces przebicia pociskiem z frontem stożkowym, a) po 30  $\mu\text{s}$  – uderzenie, b) po 242  $\mu\text{s}$  – penetracja i c) po 515  $\mu\text{s}$  – perforacja



Rys. 3.16. Proces przebicia pociskiem z frontem sferycznym, a) po 30  $\mu\text{s}$  – uderzenie, b) po 363  $\mu\text{s}$  – penetracja i c) po 727  $\mu\text{s}$  – perforacja

Na rysunku 3.17 zaprezentowano zmiany energii dyssypowanej przez rozważaną blachę stalową w funkcji prędkości uderzenia oraz z uwzględnieniem różnych kształtów pocisków. Punktami oznaczono wyniki eksperymentów aproksymowane z zastosowaniem równania (3.4). Wykorzystano w nim analityczne równanie Ipsona-Rechta określone zależnością (3.5) ze stałymi  $V_B$ ,  $\kappa$  oraz  $a$  omówionymi wcześniej w tym podrozdziale. Funkcje aproksymujące ozna-

czono na rys. 3.17 liniami kreskowymi. Jak widać, we wszystkich przypadkach energia dyssypowana wzrasta wraz ze wzrostem prędkości uderzenia.



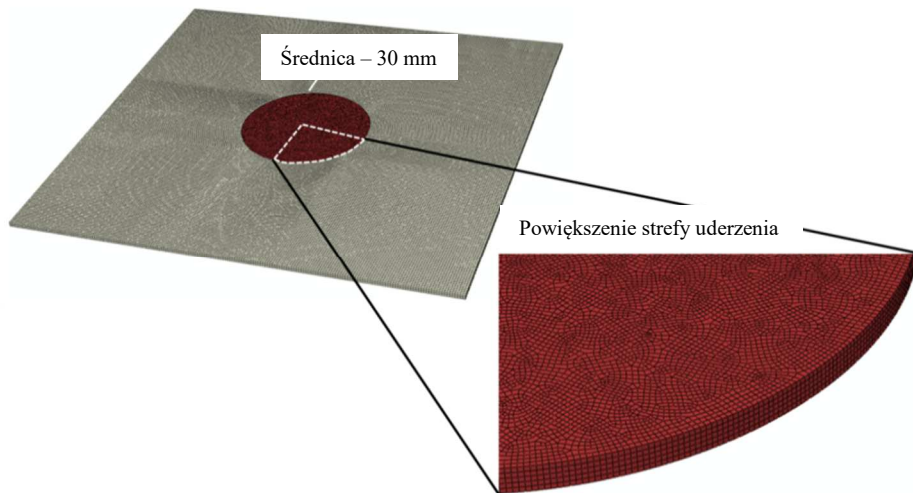
Rys. 3.17. Energia dyssypowana przez blachę stalową w przypadku użycia pocisków o różnych kształtach

Istotnym elementem analizy obrazów zarejestrowanych podczas rzeczywistych eksperymentów było również określenie czasu zniszczenia (przebięcia). Czas zniszczenia rozpoczyna się w chwili zetknięcia pocisku z perforowaną konstrukcją (zilustrowano to na rys. 3.14a, 3.15a i 3.16a), a kończy się w chwili przebięcia konstrukcji przez front pocisku (zilustrowano to na rys. 3.14c, 3.15c i 3.16c). Im większa jest prędkość pocisku, tym krótszy jest czas zniszczenia. Jednocześnie należy stwierdzić, że po przebięciu konstrukcji na pocisk nie działają już żadne siły, czyli porusza się on od tego momentu ruchem jednostajnym aż do zatrzymania przez chwytacz. Ma to istotny wpływ na siłę uderzenia działającą na konstrukcję podczas penetracji, kiedy to prędkość pocisku zmniejsza się do wartości rezydualnej. Oczywiście mowa tu o sytuacji, gdy prędkość uderzenia jest większa od minimalnej prędkości początkowej  $V_B$ , przy której dochodzi do perforacji.

### 3.2.3. Analiza numeryczna

Zaprezentowane w tym podrozdziale wyniki analizy numerycznej umożliwiły zrozumienie procesów zachodzących w konstrukcji podczas uderzenia. Dokonane dzięki licznym eksperymentom weryfikacja i optymalizacja modelu numerycznego zapewniły prawidłową interpretację zjawisk zaobserwowanych w testach laboratoryjnych. Ponadto w wyniku symulacji komputerowej uzyskano dodatkowe informacje, które stanowiły rozszerzenie obserwacji eksperymentalnych i zwiększyły możliwości ich zastosowania, np. do pomiaru siły uderze-

nia (podrozdział 3.2.3.4). W symulacjach komputerowych wykonanych z wykorzystaniem programu Abaqus/Explicit (Abaqus 2015) zastosowano jawną metodę całkowania równań ruchu. Siatkę elementów skończonych przebijanej konstrukcji przedstawiono na rys. 3.18.



Rys. 3.18. Dyskretyzacja modelu stosowanego w symulacjach komputerowych

Część centralna płytki, złożona z mniejszych elementów, zawierała 110 tys. elementów skończonych (pięć elementów na grubości). Były to elementy C3D8R, czyli bryłowe, liniowe, o zredukowanym całkowaniu i wymiarze 0,2 mm (Abaqus 2015). W pozostałej części płytki zastosowano 73 tys. elementów skończonych C3D8I będących specjalnymi elementami bryłowymi wykorzystywanymi w strefach zginania, których wymiar mógł znacznie przekraczać wymiar elementów C3D8R. W omawianym przypadku ich wymiar wynosił 0,5 mm. Obie siatki były połączone w celu zagwarantowania ciągłości przemieszczenia i naprężenia na granicy (ang. *constrain \*TIE*). Część centralna, z gęstą siatką, miała średnicę 30 mm, co zapewniało precyzyjne przedstawienie mechanizmu zniszczenia. Należy również podkreślić, że jak zwykle w tego typu symulacjach, przeanalizowano wpływ gęstości siatki elementów skończonych na uzyskane rozwiązanie (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Jankowiak i in. 2014, Kpenyigba i in. 2013). Pocisk zdyskretyzowano za pomocą elementów C3D8R (prostokątne) oraz C3D10M (czworościenne). Elementy C3D10M zastosowano w celu dyskretyzacji pocisków o frontach stożkowym i sferycznym. Pociski były wykonane ze stali maraging o wysokiej wytrzymałości (o granicy sprężystości ok. 2 GPa). Ponieważ podczas żadnego eksperymentu nie ulegały one deformacji i zniszczeniu, modelowano je jako ciała sztywne i niedeformo-



walne (ang. *constrain* \*Rigid body). Podczas symulacji komputerowych płytka była utwierdzona na obwodzie w celu zapewnienia warunków podobnych jak w eksperymencie. Jedynie w symulacjach z uwzględnieniem czujników siły model uzupełniono dodatkowymi elementami zgodnie z rys. 3.9. Dynamiczne zachowanie przebijanej konstrukcji opisano z zastosowaniem modeli JC lub RK, których parametry konstytutywne przedstawiono w podrozdziale 3.2.1. Między blachą i pociskiem zastosowano kontakt uwzględniający również powierzchnie wewnętrzne, tworzące się podczas erozji materiału po zniszczeniu (Abaqus 2015). Pocisk uderzał w badaną płytkę stalową z prędkością początkową zmniejszającą się na skutek kontaktu z blachą. Siła, pod wpływem której zmniejszała się prędkość pocisku, była równa co do wartości sile uderzenia i zależała od właściwości mechanicznych stalowej blachy.

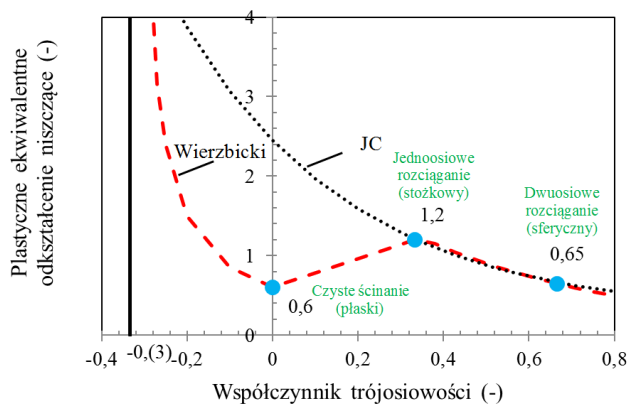
### 3.2.3.1. Kryterium zniszczenia

Jak już wspomniano, w symulacjach zastosowano dwa modele materiału (JC i RK) w celu określenia ich wpływu na mechanizm zniszczenia oraz energię dyssypowaną podczas perforacji. Oczywiście było możliwe zastosowanie innych modeli materiałów (Abed, Voyiadjis 2007, Glema, Łodygowski, Sumelka 2010, Litoński 1977, Łodygowski, Sumelka 2014, Perzyna 1963, Sumelka 2009 oraz Zerilli, Armstrong 1987). Modele konstytutywne określające zachowanie dynamiczne materiału uzupełniono o kryterium zniszczenia, w którym odkształcenie plastyczne podczas zniszczenia jest zależne od wartości współczynnika trójosiowości.

W tym podrozdziale zostaną omówione dwa kryteria zniszczenia: Johnsona-Cooka oraz Wierzbickiego. Uwzględniono wyłącznie wpływ trójosiowego stanu naprężenia wyrażonego współczynnikiem trójosiowości  $\eta$  (ang. *triaxiality*) na ekwiwalentne odkształcenie plastyczne podczas zniszczenia  $\varepsilon_{pl}^{EQ-failure}$ . Kryterium zaproponowane przez Johnsona i Cooka (Johnson, Cook 1985) po pominięciu wpływu temperatury i prędkości odkształcenia przyjmuje postać:

$$\varepsilon_{pl}^{EQ-failure} = D_1 + D_2 \exp(D_3 \eta). \quad (3.14)$$

Kryterium zniszczenia JC przedstawiono na rys. 3.19 za pomocą linii kropkowej. Parametry zniszczenia ( $D_1$ ,  $D_2$  i  $D_3$ ) wyznaczono wyłącznie na podstawie testów perforacji z uwzględnieniem pocisków z frontami o kształtach stożkowym i sferycznym. Inny sposób identyfikacji parametrów kryterium JC jest możliwy, ale skutkuje znacznym (o około 180%) przeszacowaniem wartości odkształcenia niszczonego przy czystym ścinaniu (np. w przypadku pocisku o froncie płaskim) (patrz rys. 3.19).



Rys. 3.19. Porównanie kryteriów zniszczenia

Kryterium zniszczenia Wierzbickiego przedstawiono w następującej formie:

$$\varepsilon_{pl}^{EQ-failure} = \begin{cases} \frac{C_1}{1 + 3\eta} & -\frac{1}{3} < \eta \leq 0 \\ \varepsilon_{f,t} + (\varepsilon_{f,t} + \varepsilon_{f,s})(3\eta - 1) & 0 < \eta \leq \frac{1}{3} \\ C_2 \exp(C_3 \eta + C_4) & \frac{1}{3} < \eta \end{cases} \quad (3.15)$$

Tabela 3.5. Parametry zniszczenia dla stali miękkiej ES

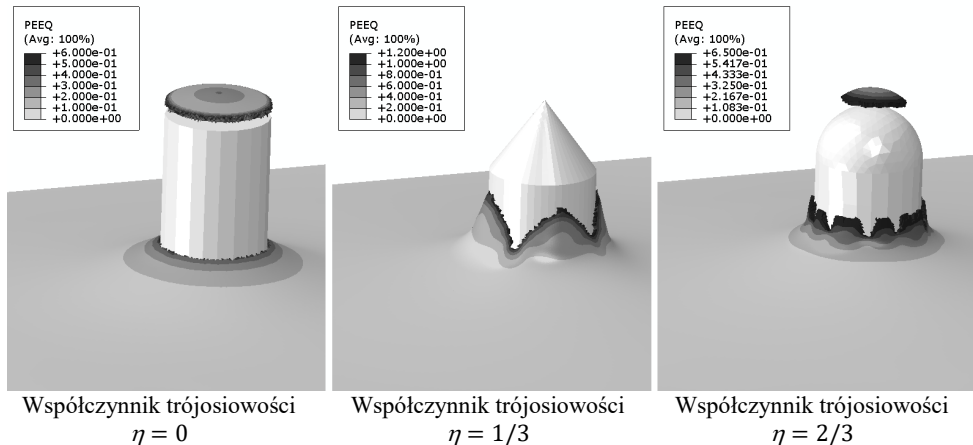
Model Johnsona-Cooka					
$D_1$		$D_2$		$D_3$	
0,25		2,2		-2,5	
Model Wierzbickiego					
$\varepsilon_{f,t}$	$\varepsilon_{f,s}$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
1,2	0,6	0,6	0,3	-2	2,1

Do identyfikacji parametrów kryterium zniszczenia Wierzbickiego (3.15), również zaznaczonego na rys. 3.19, mogą służyć trzy niebieskie punkty widoczne na rys. 3.19 (Mae i in. 2008, Wierzbicki i in. 2005). Jak widać, z jego zastosowaniem dokładniej określa się odkształcenie niszczące przy czystym ścinaniu  $\varepsilon_{f,s}$ . Parametry obu kryteriów zniszczenia podano w tab. 3.5.

Kryterium Wierzbickiego spełnia trzy warunki, czyli określa prawidłowy mechanizm zniszczenia (przy czystym ścinaniu, jednoosiowym rozciąganiu i dwuosiowym rozciąganiu) oraz zapewnia zgodność krzywej w przestrzeni  $V_R$  –

$V_0$  uzyskanej w wyniku symulacji z wynikami eksperymentu dla wszystkich rozważanych kształtów pocisków, co pokazano w podrozdziale 3.2.3.2 na rys. 3.21. Dlatego też zastosowano je w symulacjach komputerowych procesu perforacji. Można je wykorzystać również w symulacji perforacji konstrukcji grubych (masywnych), gdy występuje duże ciśnienie (ujemna wartość współczynnika trójosiowości). Tematyka ta wymaga jednak dodatkowej analizy oraz wykonania testów laboratoryjnych. Analizę badań balistycznych konstrukcji masywnych omówiono między innymi w pracach (Mae i in. 2008, Wierzbicki i in. 2005).

Na rysunku 3.20 przedstawiono wyniki trzech symulacji komputerowych z uwzględnieniem: (1) pocisku z frontem płaskim,  $\eta = 0$ , (2) pocisku z frontem stożkowym,  $\eta = 1/3$ , (3) pocisku z frontem sferycznym,  $\eta = 2/3$ . Widać wyraźnie, że odkształcenie niszczące było zależne od kształtu pocisku oraz od wartości współczynnika trójosiowości.

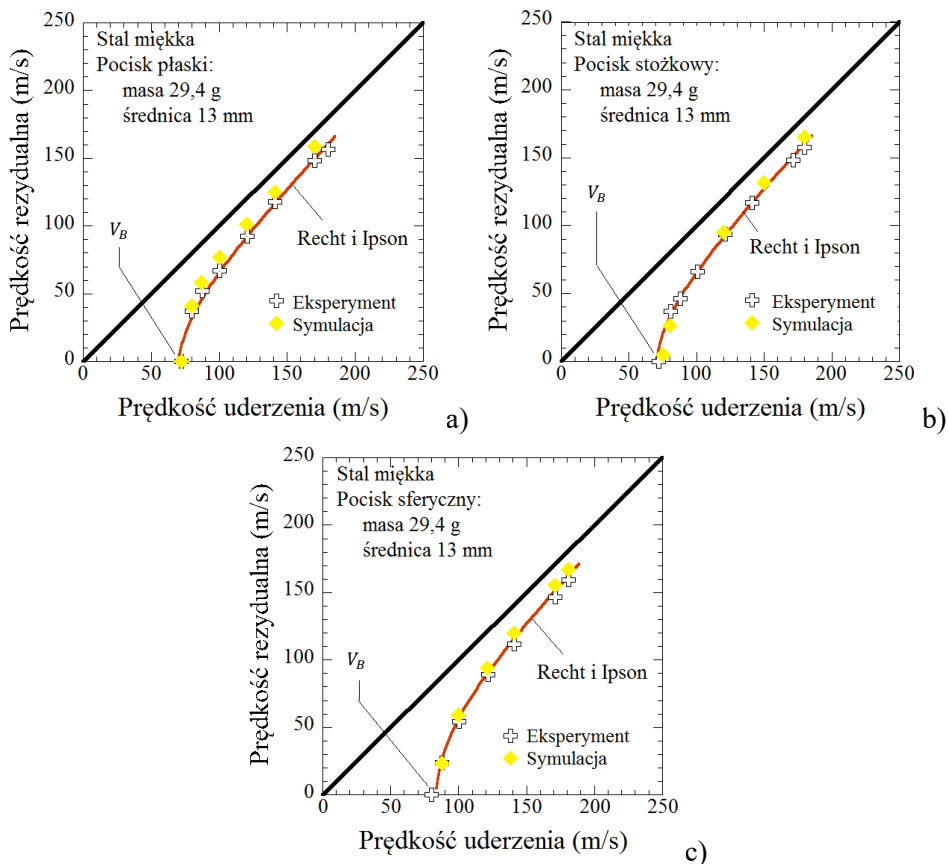


Rys. 3.20. Wyniki symulacji komputerowych z uwzględnieniem pocisków o trzech kształtach dla prędkości uderzenia 120 m/s

### 3.2.3.2. Porównanie krzywych w przestrzeni $V_R - V_0$

Krzywe w przestrzeni  $V_R - V_0$  blachy ze stali miękkiej ES o grubości 1 mm uzyskane dla trzech analizowanych kształtów pocisków w wyniku symulacji komputerowych i eksperymentów laboratoryjnych przedstawiono na rys. 3.21. Dzięki wykorzystaniu kryterium zniszczenia Wierzbickiego we wszystkich badanych przypadkach otrzymano zadowalające rezultaty. Uzyskano podobne jak w eksperymentach laboratoryjnych minimalne wartości prędkości początkowej  $V_B$ , przy których dochodzi do perforacji, dla pocisków z frontami płaskim, stożkowym i sferycznym, odpowiednio: 72 m/s, 72 m/s oraz 83,5 m/s. Kształty krzywych w przestrzeni  $V_R - V_0$  również okazały się zgodne z wynikami ekspe-

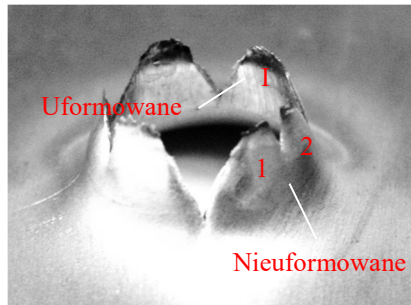
rymentów. Można więc stwierdzić, że wartości energii dyssypowanej przez blachę stalową były podobne. Jednak mimo wszystko przy większej prędkości uderzenia w symulacjach komputerowych zaobserwowano większą prędkość rezydualną niż podczas eksperymentu. Było to spowodowane po pierwsze przyjętą stałą wartością (równą 0,2) współczynnika tarcia między pociskiem a blachą stalową, a po drugie tym, że prezentowane wyniki symulacji dotyczą modelu wzmocnienia JC, który przy dużej prędkości odkształcenia określa niższy poziom naprężenia płynięcia (patrz rys 3.12). Wpływ obu wymienionych czynników przeanalizowano w pracy (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013).



Rys. 3.21. Porównanie wyników symulacji komputerowych i eksperymentów z uwzględnieniem pocisków o frontach: a) płaskim, b) stożkowym i c) sferycznym

### 3.2.3.3. Mechanizm zniszczenia w przypadku uderzenia pociskiem z frontem stożkowym

Przedmiotem analizy w tym podrozdziale jest mechanizm zniszczenia płytki stalowej przebijanej pociskiem o froncie stożkowym. Wykazano, że podczas perforacji pociskiem stożkowym kąt rozwarcia stożka ma znaczący wpływ na liczbę pęknięć. Obliczenie tej liczby jest możliwe z wykorzystaniem analitycznego modelu Atkinsa (Atkins, Afzal khan, Liu 1998). Na rysunku 3.22 przedstawiono klasyfikację pęknięć (uformowane i nieuformowane) powstających na skutek perforacji pociskiem z frontem o kształcie stożkowym.



Rys. 3.22. Pęknięcia uformowane i nieuformowane (ang. *petals*)

Zgodnie z modelem Atkinsa (Atkins, Afzal khan, Liu 1998) liczbę pęknięć spowodowanych perforacją pociskiem z frontem o kształcie stożkowym można obliczyć, uwzględniając przewężenie blachy (ang. *necking*), za pomocą równania:

$$N_{\text{crack}} = \frac{\pi Y}{R} \left\{ 2nr_0 + \frac{[\exp(n) - \sin(\phi)]}{(dt/dr)} \left[ \frac{1}{\exp(2n)} - \frac{1}{\exp(2\varepsilon_f)} \right] t_0 \right\}. \quad (3.16)$$

W modelu Atkinsa założono, że krzywą naprężenie–odkształcenie materiału wyznacza się za pomocą równania  $\sigma = \sigma_0(\varepsilon_{pl})^n$ . Parametr  $n$  określa wzmocnienie odkształceniowe i dla stali miękkiej ES przyjmuje wartość 0,9. Ponadto w równaniu (3.16) występują następujące parametry:  $Y$  – granica sprężystości materiału, w przypadku stali miękkiej ES równa 200 MPa,  $t_0$  – grubość przebijanej blachy, równa 1 mm. Odporność na pękanie  $R$  cienkich blach o grubości od 0,666 mm do 1,5 mm określono jako:

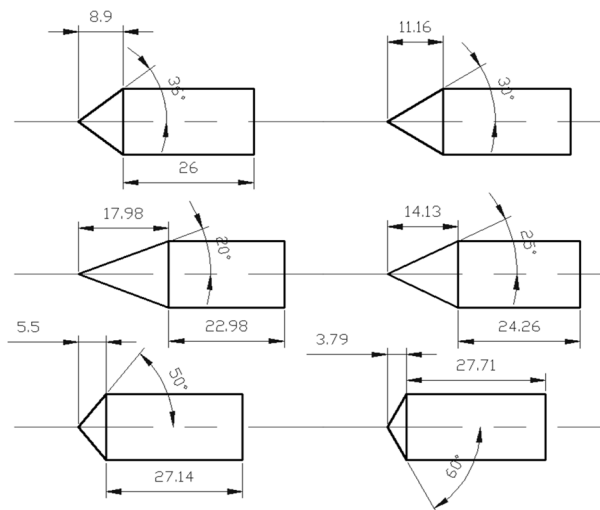
$$R = \frac{Y t_0}{0,8}. \quad (3.17)$$

Według modelu Atkinsa początkową średnicę otworu perforacji oblicza się z wykorzystaniem wzoru:

$$r_0 = \frac{t_0}{2} \operatorname{tg} \phi. \quad (3.18)$$

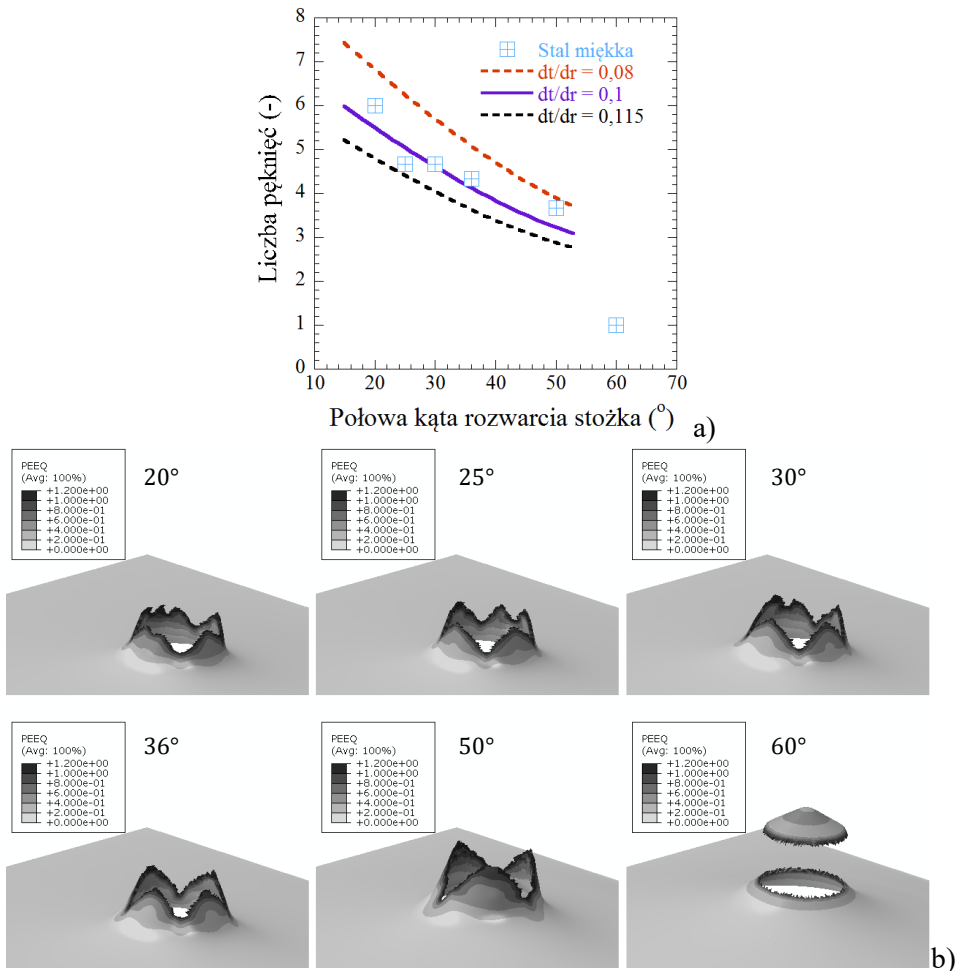
W równaniu (3.16) występuje ponadto wyrażenie  $dt/dr$ . Można je interpretować jako zmianę grubości blachy po kierunku przewężenia. Wpływ tej zmiennej na wyniki uzyskiwane z zastosowaniem modelu Atkinsa przedstawiono na rys. 3.24a. Ostatnim parametrem w równaniu (3.16) jest  $\varepsilon_f$ , czyli lokalne odkształcenie plastyczne w momencie zniszczenia, obliczane na drodze symulacji komputerowej testu rozciągania z użyciem siatki MES o wielkości identycznej z zastosowaną w komputerowych symulacjach przebijania (Kpenyigba i in. 2013). Parametr  $\varepsilon_f$  ustala się w taki sposób, aby krzywe naprężenie–odkształcenie uzyskane w wyniku symulacji komputerowej i eksperymentu rozciągania quasi-statycznego były zgodne (aby określały takie samo globalne odkształcenie niszczące). W teście rozciągania quasi-statycznego (dla przypadku izotermicznego) określono, że lokalne odkształcenie  $\varepsilon_f$  jest równe 0,4 w momencie zniszczenia blachy, czyli gdy globalne odkształcenie jest równe 0,26.

Przeprowadzono liczne eksperymenty z uwzględnieniem pocisków stożkowych o różnych wartościach kąta rozwarcia  $\phi$  (od  $20^\circ$  do  $60^\circ$  – połowa kąta). Kształty i wymiary pocisków pokazano na rys. 3.23. Wymiary dobrano tak, aby zapewnić równą masę wszystkich pocisków oraz równą energię kinetyczną dla wszystkich wartości kąta rozwarcia stożka przy jednakowej prędkości.



Rys. 3.23. Wymiary pocisków o froncie stożkowym uwzględnione w eksperymentach i symulacjach

Na rysunku 3.24a zaprezentowano liczbę pęknięć w zależności od kąta rozwarcia stożka wyznaczoną według modelu Atkinsa oraz w wyniku własnych eksperymentów laboratoryjnych wykonanych na blachach ze stali miękkiej ES dla prędkości pocisku 126 m/s. Pokazano liczbę pęknięć odpowiadającą wartości  $dt/dr$  z zakresu od 0,08 do 0,115, który był zbliżony do przyjętego w rozważaniach Atkinsa (Atkins, Afzal khan, Liu 1998).



Rys. 3.24. Liczba pęknięć w funkcji połowy kąta rozwarcia stożka; a) model analityczny i eksperyment, b) symulacja komputerowa

W pracy (Kpenyigba i in. 2013) przedstawiono również sposób określania wartości  $\varepsilon_f$  na podstawie symulacji adiabatycznego procesu rozciągania, kiedy to następował wzrost wartości  $dt/dr$ . W prezentowanych eksperymentach

własnych średnia liczba pęknięć malała od sześciu (przy połowie kąta rozwarcia  $20^\circ$ ) do trzech (przy połowie kąta rozwarcia  $50^\circ$ ). Gdy połowa kąta rozwarcia była równa  $60^\circ$ , blacha zachowywała się podobnie jak w przypadku pocisku z frontem płaskim – powstał jeden odprysk (patrz rys. 3.24a i b). Należy stwierdzić, że z użyciem modelu Atkinsa nie można określić mechanizmu zniszczenia z powstającym pojedynczym odpryskiem. Wykonano również eksperymenty na innych materiałach, między innymi na stalach (Kpenyigba i in. 2013, Kpenyigba i in. 2015), i zaobserwowano podobne tendencje. Istotne było ponadto, że liczba pęknięć nie zależała od początkowej prędkości pocisku.

### 3.2.4. Siła uderzenia

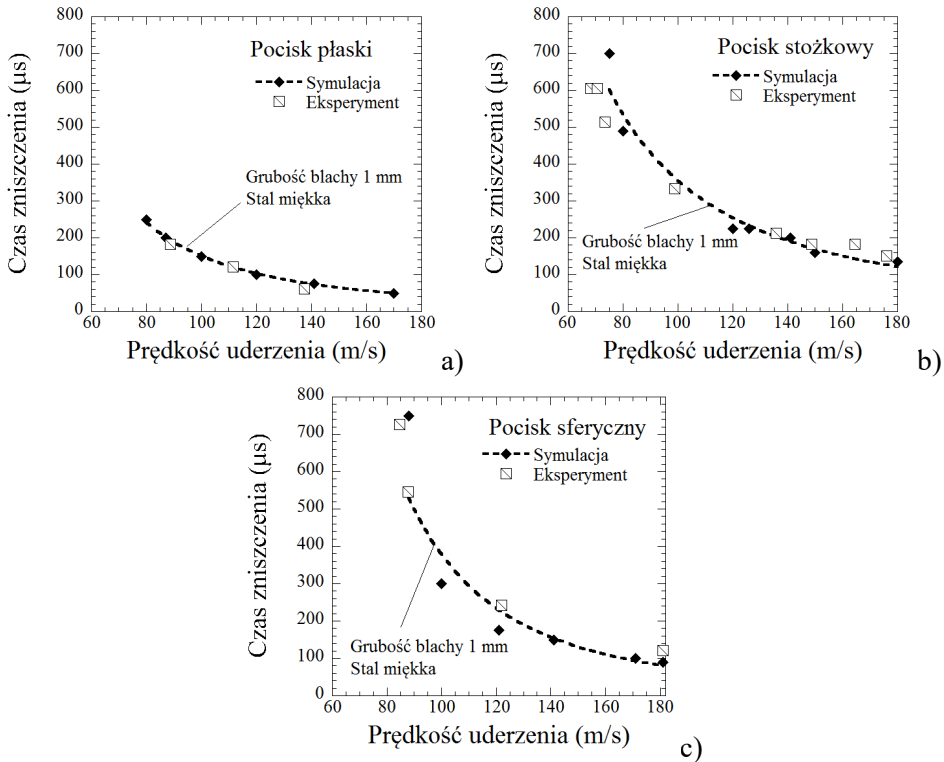
Ważnym elementem badań procesu perforacji jest pomiar siły uderzenia. W tym podrozdziale zostanie przedstawiona uproszczona metoda jej pomiaru na podstawie wyznaczonego czasu zniszczenia (przebicia). Można ją stosować zarówno w eksperymentach, jak i w symulacjach komputerowych. W eksperymencie czas zniszczenia może być określony za pomocą szybkiej kamery (patrz rys. 3.14–3.16). Należy wówczas uwzględnić częstotliwość zapisu klatek nagrania oraz wskazać, w której klatce pocisk znajduje się w bezpośrednim kontakcie z blachą, a w której ją przebija. Rozdzielczość czasowa nagrań wykonanych za pomocą szybkiej kamery podczas eksperymentów była równa  $30 \mu\text{s}$ , niezależnie od prędkości pocisku. Czas zniszczenia jest oczywiście odwrotnie proporcjonalny do prędkości pocisku. Podobnej analizy dokonano w symulacjach komputerowych. Ze względu na różny czas symulacji przy małej (bliskiej  $V_B$ ) i dużej prędkości pocisku rozdzielczość czasowa zapisu mieściła się w zakresie od  $10 \mu\text{s}$  do  $50 \mu\text{s}$ . Wyniki eksperymentów i symulacji komputerowych przedstawiono na rys. 3.25. Zgodność wyników numerycznych i eksperymentalnych jest akceptowalna mimo błędów wynikających chociażby z rozdzielczości czasowej. Istotne jest, że tę metodę zastosowano w obu przypadkach.

Na rysunku 3.25a pokazano, że w przypadku użycia pocisku o froncie płaskim ( $< 300 \text{ m/s}$ ) czas zniszczenia jest znacznie krótszy niż w przypadku użycia innych pocisków; to również świadczy o tym, że siła uderzenia jest większa ze względu na większe opóźnienie pocisku podczas perforacji. W przypadku pocisku o froncie płaskim następuje szybkie ścięcie blachy i powstaje odprysk.

W uproszczonej metodzie obliczania siły uderzenia wykorzystuje się określone w teście balistycznym prędkości uderzenia  $V_0$ , prędkości rezydualne  $V_R$  oraz czasy zniszczenia  $t_F$ . Znając masę pocisku  $m_p$ , można obliczyć siłę  $F_T$  zarówno w eksperymencie ( $F_T^{\text{eks}}$ ), jak i w symulacji ( $F_T^{\text{sym}}$ ) z wykorzystaniem równania (3.7). Przy założeniu stałego opóźnienia pocisku podczas perforacji można oszacować średnią siłę uderzenia. Podczas symulacji istnieje możliwość zapisu zarówno zmiany prędkości pocisku, jak i bezpośrednio jego opóźnienia i tym samym określenia impulsu siły uderzenia (Bektaş, Ağır 2013, Hockauf



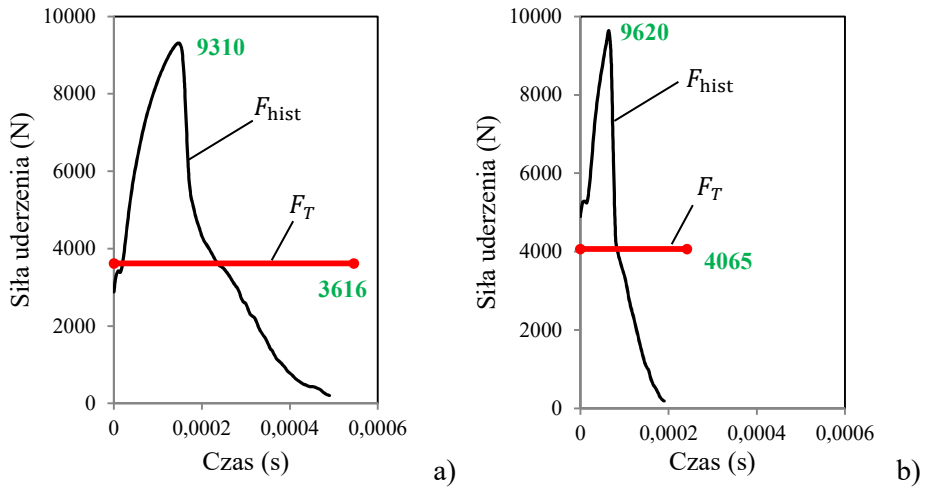
i in. 2007, Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Jankowiak i in. 2014, Rusinek i in. 2008b, Rusinek i in. 2009b). We wcześniejszych eksperymentach dotyczących przebijania stali miękkiej (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Jankowiak i in. 2014) nie wykorzystywano czujników siły do pomiaru siły uderzenia (patrz rys. 3.8). W dalszej części rozdziału będzie zaprezentowana zastosowana w następnych testach metoda pomiaru siły uderzenia oparta na użyciu czujników piezoelektrycznych.



Rys. 3.25. Czas zniszczenia w przypadku pocisków:  
a) płaskiego, b) stożkowego, c) sferycznego

Siłę uderzenia pocisku sferycznego analizowano z uwzględnieniem dwóch wartości prędkości uderzenia: 88 m/s i 121 m/s. Na rysunkach 3.26a i b pokazano impulsy siły  $F_{\text{hist}}$  obliczone na podstawie symulacji komputerowej. Siła ta powoduje opóźnienie pocisku podczas perforacji i jednocześnie oddziałuje na badaną konstrukcję. Maksymalne wartości  $F_{\text{hist}}$  są równe, odpowiednio, 9310 N oraz 9620 N dla dwóch rozważanych prędkości uderzenia.

Dane, które wzięto pod uwagę podczas analizy obu wykresów, przedstawiono również w tab. 3.6 łącznie z wyjaśnieniem oznaczeń.



Rys. 3.26. Siła uderzenia pocisku z frontem sferycznym przy prędkości:  
a) 88 m/s oraz b) 121 m/s

Tabela 3.6. Wyniki eksperymentów i symulacji przy prędkości uderzenia  
88 m/s i 121 m/s

Typ	Prędkość uderzenia (m/s)	Prędkość rezydualna (m/s)	max $F_{\text{hist}}$ (N)	$t_M$ ( $\mu\text{s}$ )	$t_F$ ( $\mu\text{s}$ )	$F_{\text{avg}}$ (N)	$F_T$ (N)
Symulacja	88,0	23,0	9310	490	–	3820	–
Eksperyment	87,7	23,8	–	–	545	–	3616
Symulacja	121,0	93,8	9620	190	–	4070	–
Eksperyment	121,9	89,2	–	–	242	–	4065

Oznaczenia:  
 $F_{\text{hist}}$  – siła uderzenia obliczona na podstawie opóźnienia pocisku,  
 $t_M$  – czas zniszczenia określony na podstawie  $F_{\text{hist}}$ ,  
 $t_F$  – czas zniszczenia,  
 $F_{\text{avg}}$  – średnia siła obliczana na podstawie  $F_{\text{hist}}$ ,  
 $F_T$  – siła teoretyczna.

Należy zauważyć, że wartości siły teoretycznej obliczone na podstawie eksperymentów i symulacji okazały się podobne, gdyż zarówno krzywe w przestrzeni  $V_R - V_0$  (rys. 3.21), jak i czasy zniszczenia (rys. 3.25) były zbliżone. Dodatkowo warto zaznaczyć, że w zasadzie siła  $F_T$  była prawie równa sile  $F_{\text{avg}}$ , czyli średniej wartości impulsu siły  $F_{\text{hist}}$ . Wartości  $F_T$  i  $F_{\text{avg}}$  wynosiły 3616 N i 3820 N dla prędkości uderzenia 88 m/s oraz 4065 N i 4070 N dla prędkości uderzenia 121 m/s (patrz tab. 3.6).

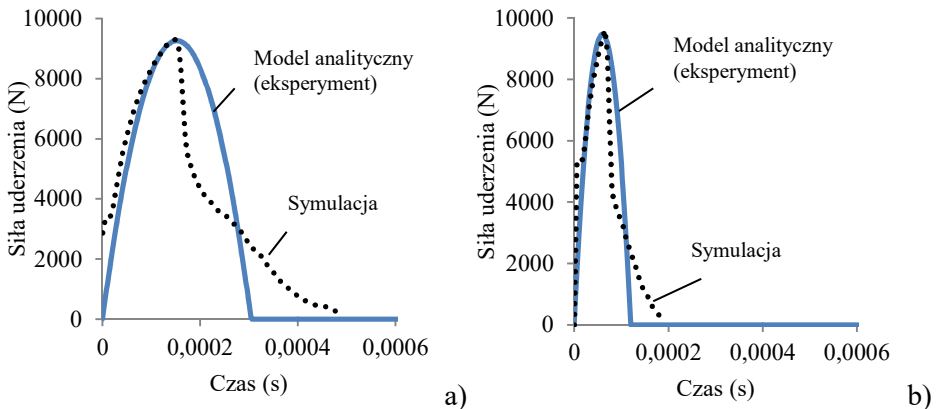
Impulsowy charakter siły uderzenia został potwierdzony w wielu pracach (Bektaş, Ađır 2013, Hockauf i in. 2007, Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Jankowiak i in. 2014). Założono więc, że jej przebieg ma postać następującej funkcji parabolicznej:

$$F_i(t) = a_1 t + a_2 t^2. \quad (3.19)$$

Zastosowanie funkcji (3.19) umożliwia dość dokładne odwzorowanie impulsu siły uderzenia. W równaniu (3.19)  $a_1$  i  $a_2$  są parametrami obliczonymi w wyniku minimalizacji następującego funkcjonału:

$$\min \arg_{a,b} \left( \left| \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \langle F_i(t) \rangle - \frac{V_0 - V_R}{t_F} m_p \right| \right) \quad \text{dla } V_R < V_0. \quad (3.20)$$

W zadaniu minimalizacji funkcjonału (3.20) parametry  $a_1$  i  $a_2$  impulsu siły (równanie 3.19) są wyznaczane na podstawie siły teoretycznej  $F_T$ . Problem minimalizacji jest rozwiązywany dla  $t \in \langle 0; t_F \rangle$ . Należy dodatkowo stwierdzić, że minimalizowany funkcjonał zawiera również funkcję Macaulaya (\*), która przyjmuje wartość \*, gdy  $* \geq 0$ , oraz wartość 0, gdy  $* < 0$ . Zastosowanie tej funkcji powoduje, że siła uderzenia nie może być ujemna, co jest istotnym warunkiem. Dodatkowo należy założyć, że siła uderzenia spełnia następujące warunki:  $F_i(0) = 0$  i  $F_i(t_F) = 0$ . Wynik identyfikacji przedstawiono na rys. 3.27, na którym porównano dwa impulsy siły uderzenia: uzyskany w wyniku symulacji i wyznaczony metodą optymalizacji na podstawie wartości siły teoretycznej.



Rys. 3.27. Porównanie impulsów siły uzyskanych w wyniku symulacji oraz z zastosowaniem modelu analitycznego na podstawie wartości siły teoretycznej dla pocisku sferycznego i prędkości: a) 88 m/s oraz b) 121 m/s

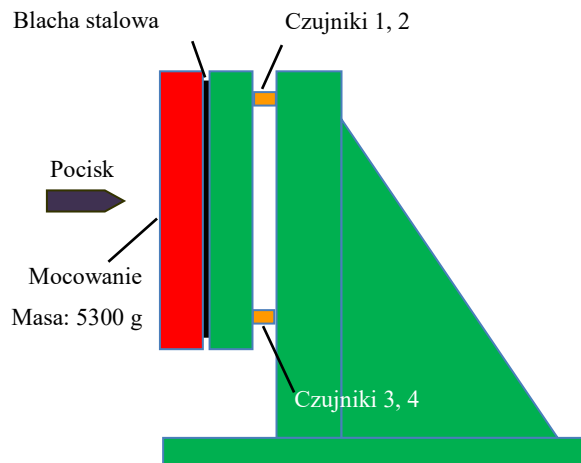
Wyznaczone wartości parametrów  $a_1$  i  $a_2$  przedstawiono w tab. 3.7 łącznie z maksymalnymi wartościami siły uderzenia uzyskanymi zarówno w wyniku symulacji ( $\max F_{\text{hist}}$ ), jak i z zastosowaniem modelu analitycznego ( $F_i^{\max}$ ).

Tabela 3.7. Wynik minimalizacji oraz porównanie sił maksymalnych

Siła uderzenia	$a_1$ (N/s)	$a_2$ (N/s <sup>2</sup> )	$\max F_{\text{hist}}$ (N)	$F_i^{\max}$ (N)	Błąd (%)
88 m/s	1,22e8	-4e11	9310	9264	0,5
121 m/s	3,16e8	-2,64e12	9620	9467	1,6

Wyniki powyższej analizy świadczą o tym, że w obu rozpatrywanych przypadkach (prędkość uderzenia 88 m/s i 121 m/s) zastosowanie modelu analitycznego zapewnia wyznaczenie impulsu siły uderzenia z wymaganą dokładnością (błąd mniejszy niż 2%). Podobną analizę wykonano dla wszystkich badanych kształtów pocisków. Na podstawie jej wyników można uznać, że jest to prawidłowy sposób oszacowania maksymalnej siły uderzenia na podstawie trzech wielkości, czyli prędkości uderzenia  $V_0$ , prędkości rezydualnej  $V_R$  oraz czasu zniszczenia  $t_F$ .

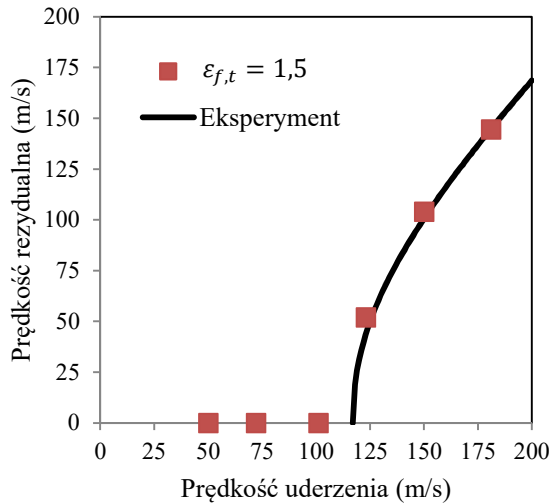
Kolejnym etapem badań były pomiary siły uderzenia za pomocą czujników piezoelektrycznych. W pracy (Zhong i in. 2016) opisano trudności związane z ich stosowaniem podczas testów balistycznych. W opisywanych badaniach wykorzystano czujniki przeznaczone do zastosowań tego typu, sprzedawane przez renomowaną firmę (Zhong i in. 2016). Zmodyfikowane stanowisko badawcze pokazano na rys. 3.9 i 3.28.



Rys. 3.28. Schemat stanowiska pomiarowego z zaznaczeniem usytuowania czujników siły uderzenia

Mierzono siłę uderzenia pocisków z frontem stożkowym (o masie 30 g) w arkusze blachy ze stali S235JR o grubości 1,5 mm i 2 mm (Zhong i in. 2016). Na rysunku 3.28 przedstawiono sposób mocowania arkuszy blachy, zapewniający ich całkowite utwierdzenie i pomiar siły przez cztery czujniki piezoelektryczne.

Poniżej zostaną przedstawione najważniejsze wyniki badań dla blachy o grubości 1,5 mm. Krzywą w przestrzeni  $V_R - V_0$  przedstawiono na rys. 3.29, porównując wyniki symulacji komputerowych i eksperymentów (Zhong i in. 2016). W cytowanej pracy podano dane materiałowe stali S235JR. Odtworzenie krzywej w przestrzeni  $V_R - V_0$  nie było trudne; należy jedynie stwierdzić, że jej przebieg nie zależał od sposobu podparcia (mocowanie z czujnikami siły lub, jak w poprzednim przypadku, bez nich). Uderzenie pociskiem stożkowym powoduje zniszczenie materiału na skutek jednoosiowego rozciągania dla wartości  $\varepsilon_{f,t} = 1,5$  (patrz równanie 3.15).



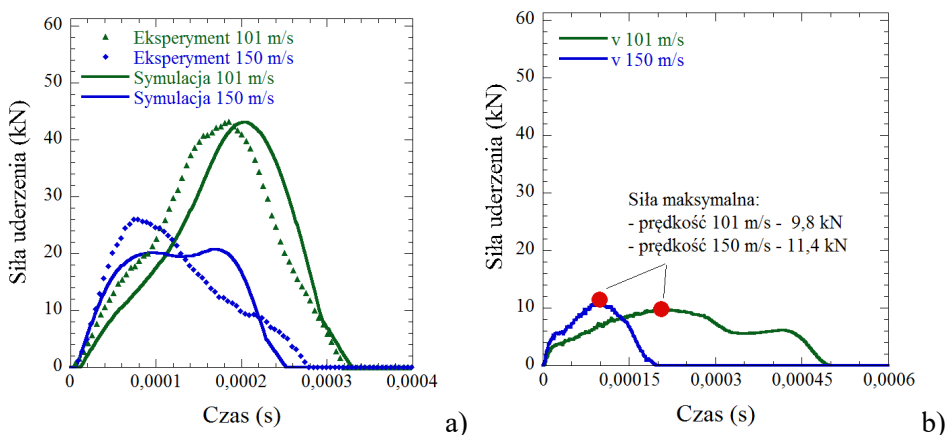
Rys. 3.29. Krzywa w przestrzeni  $V_R - V_0$  dla  $\varepsilon_{f,t} = 1,5$  (równanie 3.15)

Kolejnym przedmiotem rozważań była siła uderzenia. Przeanalizowano wartość tej siły uzyskiwaną w eksperymentach, zmierzoną z użyciem prawidłowo skalibrowanych czujników piezoelektrycznych. Dla prędkości uderzenia 101 m/s odczytano w eksperymencie maksymalną wartość siły uderzenia, równą 43 kN (patrz rys. 3.30a). Dla prędkości 150 m/s uzyskano wartość mniejszą: 26 kN. W symulacjach komputerowych pełnego modelu (zawierającego elementy przedstawione na rys. 3.28) uzyskano podobne wyniki (patrz rys. 3.30a). Na podstawie wcześniejszych analiz wykazano, że siła uderzenia rosła wraz z jego prędkością. Dla porównania na rys. 3.30b pokazano wartość siły uderzenia zarejestrowaną w symulacji komputerowej na podstawie opóźnienia pocisku. Jak widać, przy mniejszej prędkości pocisku (101 m/s) siła uderzenia wynosi 9,8 kN, natomiast

przy większej prędkości (150 m/s) jest równa 11,4 kN. A zatem wartości siły obliczane na podstawie opóźnienia pocisku są znacznie mniejsze niż zmierzone za pomocą czujników piezoelektrycznych (Zhong i in. 2016).

Jak już wykazano wcześniej (rys. 3.26), wartości siły uderzenia uzyskane na podstawie symulacji były zależne od średniej siły uderzenia, którą można oszacować zarówno eksperymentalnie, jak i numerycznie, znając kształt krzywej w przestrzeni  $V_R - V_0$  oraz czas zniszczenia. Jednak wartości średniej siły uderzenia są dużo mniejsze (nawet ośmiokrotnie) od wartości zarejestrowanych za pomocą czujników piezoelektrycznych.

Sprzężenie metod eksperymentalnych i symulacji komputerowych doprowadziło do konkluzji, że w eksperymencie nie mierzy się siły uderzenia, ale inną siłę, zależną od warunków brzegowych. Dzięki połączeniu tych metod udowodniono, że jej wartość jest zależna od sposobu mocowania arkuszy blachy. Zmieniała się na przykład, gdy między blachą a mocowaniem umieszczono gumową przekładkę, a także, gdy zrezygnowano z frontowej ramki (zaznaczonej czerwonym kolorem na rys. 3.28) i w celu umocowania blachy zastosowano podwójną taśmę przylepną. Innym testowanym rozwiązaniem było zastosowanie mocowań aluminiowych, lżejszych od mocowania podstawowego, którego masa wynosiła 5,3 kg. W każdym z tych przypadków za pomocą czujników zarejestrowano inną wartość siły uderzenia (mimo że krzywa w przestrzeni  $V_R - V_0$  nie ulegała zmianie). Warto również zauważyć, że czas trwania impulsu siły zmierzony za pomocą czujników piezoelektrycznych był inny niż czas zniszczenia. Na rysunkach 3.30a i b widać, że długość impulsu zmierzona za pomocą czujników jest równa około 250  $\mu$ s przy większej prędkości (150 m/s) i 320  $\mu$ s przy prędkości mniejszej (101 m/s), a czas zniszczenia wynosi, odpowiednio, około 200  $\mu$ s i 500  $\mu$ s.



Rys. 3.30. Siła uderzenia: a) zmierzona za pomocą czujników (eksperyment i symulacja) oraz b) obliczona na podstawie opóźnienia pocisku (symulacja)

---

Zmiana warunków brzegowych (sposób mocowania arkuszy blachy) wpływała zarówno na przebieg, jak i na maksymalną wartość siły zarejestrowaną za pomocą czujników piezoelektrycznych. Głównie znaczenie miała tu masa elementów mocujących. Zastosowanie aluminiowych elementów mocowania prowadziło do określenia większej siły uderzenia, a użycie np. taśmy dwustronnej – do określenia mniejszej siły uderzenia (Zhong i in. 2016). Zatem można stwierdzić, że wartość siły uderzenia zmierzona za pomocą czujników piezoelektrycznych tylko w niewielkim stopniu zależy od właściwości materiału, z którego wykonana jest blacha. Nie należy więc jej mierzyć z użyciem tych czujników, mimo że producent sprzedaje je jako produkty przeznaczone do tego celu.



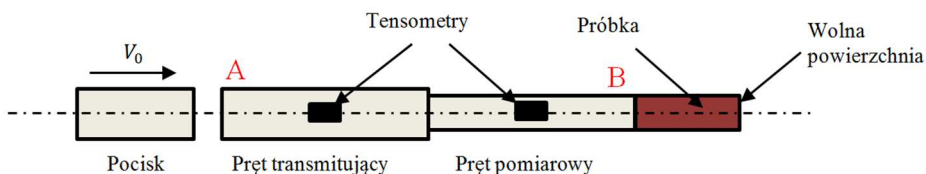


## 4. Test dynamicznego rozciągania z użyciem pręta Hopkinsona

Dynamiczna wytrzymałość na rozciąganie jest właściwością materiału mającą istotny wpływ na zachowanie konstrukcji poddanej obciążeniom wyjątkowym, np. uderzeniu fali wybuchowej lub pocisku. W tym rozdziale zostanie przeanalizowany sposób wyznaczania dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie z użyciem pręta Hopkinsona. Testowanym materiałem było szkło, charakteryzujące się asymetrią wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie, a także wrażliwości na prędkość deformacji.

### 4.1. Badania laboratoryjne

W niniejszym podrozdziale zaprezentowano metodę badania wytrzymałości dynamicznej materiałów kruchych przy dużej prędkości odkształcenia  $\dot{\epsilon}$  (z zakresu od 20 1/s do 1000 1/s). Można ją zastosować zarówno w przypadku szkła, jak i betonu. Specyfika materiału musi jednak być uwzględniona w budowie stanowiska pomiarowego. Stanowisko to składa się z działka gazowego, które służy do rozpędzenia aluminiowego pocisku, z dwóch prętów: transmitującego i pomiarowego oraz z badanej walcowej próbki (patrz rys. 4.1). Taki schemat jest stosowany w badaniach jednorodnego materiału (np. szkła), gdy testowane próbki mogą mieć małą średnicę, rzędu kilku milimetrów (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Nyongue i in. 2005). Użycie dwóch prętów pomiarowych umożliwia przekazanie fali podłużnej wywołanej uderzeniem z pocisku na badaną próbkę. Gdy testowany materiał jest mniej jednorodny, np. jeżeli jest to beton, próbka musi mieć większą średnicę; wówczas istnieje możliwość pominięcia pręta pomiarowego i przekazania fali podłużnej wywołanej uderzeniem z pocisku na próbkę tylko za pośrednictwem pręta transmitującego. Taki schemat stanowiska do badania betonu stosowali między innymi Klepaczko i Brara (Jankowiak 2011, Klepaczko, Brara 2001).



Rys. 4.1. Schemat pręta Hopkinsona do badania wytrzymałości dynamicznej

Istnieje też kilka innych metod wyznaczania dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie materiałów kruchych. Powszechnie stosuje się test brazylijski z wykorzystaniem pręta Hopkinsona (Chen i in. 2014, Tedesco i in. 1997). Stał

się on standardem przy wyznaczaniu dynamicznej wytrzymałości skał, zatwierdzonym przez ISRM (International Society for Rock Mechanics) w 1978 roku. Podczas testu walcową próbkę umieszcza się między prętami pomiarowymi w taki sposób, aby jej oś była prostopadła do osi prętów. Zniszczenie pojawia się w płaszczyźnie utworzonej przez obie osie po przekroczeniu dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie. Wykorzystuje się również zmodyfikowany pręt Hopkinsona z próbką wklejoną między prętami pomiarowymi. Podczas eksperymentu z jego użyciem falę rozciągającą w pręcie inicjującym wywołuje się za pomocą hydraulicznego aktuatora (Albertini, Montagnani 1994, Reinhardt, Kormeling, Zieliński 1986 i Zieliński 1982).

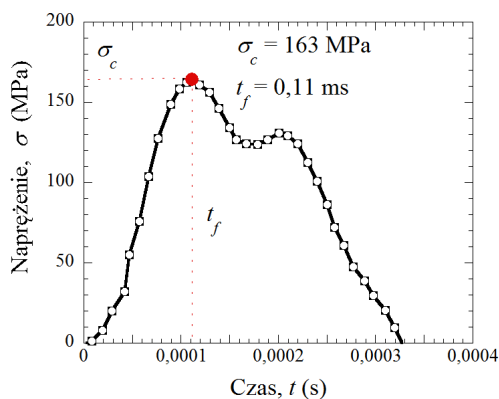
Podczas testowania dynamicznej wytrzymałości szkła z zastosowaniem stanowiska zaprezentowanego na rys. 4.1 mierzy się prędkość pocisku  $V_0$  oraz odkształcenie w prętach wykonanych z aluminium. Na podstawie analizy fal odkształcenia można wyznaczyć wartość naprężenia krytycznego (wytrzymałość dynamiczną)  $\sigma_c$  w próbce oraz czas zniszczenia  $t_f$ . Wymiary wszystkich elementów stanowiska do badania wytrzymałości dynamicznej przedstawiono w tab. 4.1.

Tabela 4.1. Wymiary oraz parametry materiałowe podstawowych elementów stanowiska do badania wytrzymałości szkła

Pocisk		Pręt transmitujący	
długość $L_p$ (mm)	320	długość $L_i$ (mm)	1500
średnica $\phi_p$ (mm)	20	średnica $\phi_i$ (mm)	20
moduł Younga $E_p$ (GPa)	71	moduł Younga $E_b$ (GPa)	71
gęstość $\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	2900	gęstość $\rho_b$ (kg/m <sup>3</sup> )	2900
współczynnik Poissona $\nu_p$	0,33	współczynnik Poissona $\nu_b$	0,33
Próbka		Pręt pomiarowy	
długość $L_s$ (mm)	160	długość $L_m$ (mm)	1500
średnica $\phi_s$ (mm)	8	średnica $\phi_m$ (mm)	8
moduł Younga $E_s$ (GPa)	70	moduł Younga $E_b$ (GPa)	71
gęstość $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	2508	gęstość $\rho_b$ (kg/m <sup>3</sup> )	2900
współczynnik Poissona $\nu_s$	0,23	współczynnik Poissona $\nu_b$	0,33

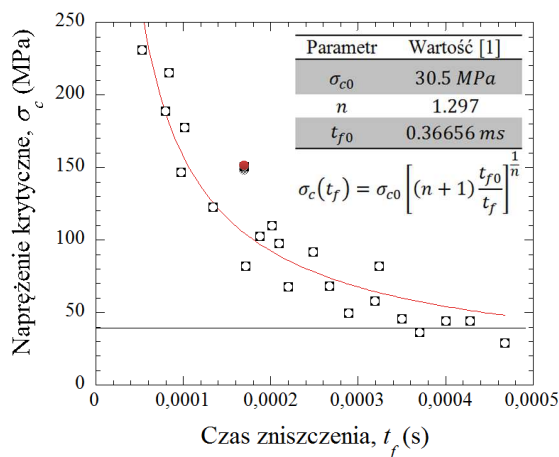
W rozpatrywanym przypadku nie umieszczono tensometru na próbce, ale rejestrowano fale odkształcenia zarówno na pręcie pomiarowym, jak i na pręcie transmitującym. Podczas eksperymentu stosowano dwie metody określania dynamicznej wytrzymałości materiału (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Nyounque i in. 2005).

Pierwsza z nich polega na określeniu czasu zniszczenia  $t_f$  oraz krytycznego naprężenia  $\sigma_c$  na podstawie fali odkształcenia zarejestrowanej na pręcie pomiarowym (patrz rys. 4.2).



Rys. 4.2. Przebieg zmian naprężenia w próbce szklanej przy prędkości pocisku  $V_0 = 15$  m/s

W wyniku eksperymentu przeprowadzonego dla prędkości pocisku  $V_0 = 15$  m/s określono wytrzymałość dynamiczną szkła jako krytyczne naprężenie  $\sigma_c$  występujące w chwili jego zniszczenia  $t_f$  (czas zniszczenia). W omawianym przypadku wyznaczono te parametry jako  $\sigma_c = 163$  MPa i  $t_f = 0,11$  ms (patrz rys. 4.2). Autorzy pracy (Nyoungue i in. 2005) wykonali eksperymenty z wykorzystaniem stanowiska badawczego przedstawionego na rys. 4.1 dla różnych prędkości początkowych pocisku  $V_0$ . Określili punkty w przestrzeni  $\sigma_c - t_f$  dla tych testów (patrz rys. 4.3). Na wykresie wskazano punkt (zaznaczony czerwonym kolorem), który odpowiada przebiegowi zmian naprężenia w próbce szklanej przedstawionemu na rys. 4.2.



Rys. 4.3. Zależność naprężenia krytycznego  $\sigma_c$  od czasu zniszczenia  $t_f$

Druga metoda wyznaczania dynamicznej wytrzymałości materiału jest oparta na zastosowaniu kumulatywnego kryterium zniszczenia (ang. *cumulative failure criterion* – CFC) (Campbell 1953, Jankowiak 2011, Klepaczek, Brara 2001 oraz Stolarski 2004). Polega ona na obliczaniu dynamicznej wytrzymałości materiału kruchego za pomocą następującego kryterium całkowego:

$$\int_0^{t_f} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_{c0}} \right)^n dt = t_{f0}. \quad (4.1)$$

Kumulatywne kryterium zniszczenia (KKZ) początkowo było stosowane do określania dynamicznej wytrzymałości betonu na rozciąganie (Jankowiak 2011, Klepaczek, Brara 2001 oraz Stolarski 2004). W równaniu (4.1)  $\sigma_{c0}$  oznacza quasi-statyczną wytrzymałość materiału,  $t_{f0}$  jest krytycznym czasem zniszczenia, a  $n$  – parametrem związanym z aktywacją energii podczas procesu pęknięcia (Jankowiak 2011, Jankowiak, Rusinek, Wood 2013 oraz Klepaczek, Brara 2001). Z wykorzystaniem KKZ wyznacza się akumulację energii w materiale przed jego zniszczeniem, a także, co jest szczególnie ważne, oblicza się, przez jaki czas  $t_f$  materiał może przenosić obciążenie przekraczające quasi-statyczną wytrzymałość  $\sigma_{c0}$ .

Przy założeniu liniowej zmiany naprężenia w czasie  $\sigma(t) = A_f t$  (współczynnik kierunkowy  $A_f = \sigma_c/t$ ) kumulatywne kryterium zniszczenia (KKZ) (równanie 4.1) może zostać scałkowane; zapisuje się je wtedy w jawnej postaci:

$$\sigma_c(t_f) = \sigma_{c0} \left[ (n + 1) \frac{t_{f0}}{t_f} \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (4.2)$$

Optymalne wartości parametrów  $\sigma_{c0}$ ,  $t_{f0}$  oraz  $n$  wyznaczono z zastosowaniem metody najmniejszych kwadratów i przedstawiono w tabeli na rys. 4.3. Krzywą reprezentującą kryterium zniszczenia, opisaną równaniem (4.2), zaznaczono na rys. 4.3 kolorem czerwonym. Przyjęto również wytrzymałość quasi-statyczną  $\sigma_{c0}$  równą 30,5 MPa, ponieważ taką wartość uzyskano w wyniku eksperymentu dla badanego szkła (Nyoungue i in. 2005). Optymalne wartości pozostałych parametrów były następujące:  $n = 1,297$ ,  $t_{f0} = 0,36656$  ms. Różnią się one od prezentowanych w pracy (Nyoungue i in. 2005). Jest to spowodowane najprawdopodobniej błędem obliczeniowym, co opisano szczegółowo w pracy (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013).

## 4.2. Analiza propagacji fal w prętach

Tematem tego podrozdziału jest analiza propagacji fal w prętach stanowiska badawczego (rys. 4.1). W opisywanym teście w próbce szklanej pojawiało się pęknięcie na skutek przekroczenia dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie. Jednak przed pojawieniem się pęknięcia zachowanie kruchego materiału było liniowo sprężyste. Zatem z zastosowaniem teorii propagacji fal sprężystych można opisać analitycznie zjawiska falowe zachodzące po uderzeniu pocisku w pręt transmitujący, interakcję obu prętów oraz mechanizm powstawania pęknięcia w badanej próbce (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013). Propagacja fali wzdłuż prętów odbywała się z prędkością  $C$ , zależną od modułu Younga  $E$  oraz gęstości  $\rho$  ( $C = \sqrt{E/\rho}$ ). W analizie propagacji fal należało wziąć pod uwagę, że pręty transmitujący i pomiarowy miały różne średnice. Mimo że oba pręty były wykonane z tego samego materiału, miały różną impedancję  $Z = AC\rho$  ( $A$  – pole przekroju pręta). W związku z tym część fali była transmitowana na granicy obu prętów, a część – odbijana (Jankowiak 2011, Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Klepaczko, Brara 2001, Nyongue i in. 2005). Analiza zjawisk falowych zaprezentowana poniżej rozpoczęła się w chwili uderzenia pocisku w pręt transmitujący z prędkością  $V_0$ . Proces propagacji fal we wszystkich elementach systemu pomiarowego i powstawania pęknięcia podzielono na cztery etapy.

### Etap 1

W pręcie transmitującym powstaje fala ściskająca o intensywności naprężenia:

$$\sigma_I = \frac{1}{2}\rho_b C_b V_0, \quad (4.3)$$

gdzie czas trwania impulsu naprężenia:

$$t_{\text{loading}} = \frac{2L_p}{C_p}. \quad (4.4)$$

W równaniach (4.3) i (4.4) indeks dolny  $b$  odnosi się do pręta transmitującego, a indeks  $p$  do pocisku. Impedancję pręta transmitującego oblicza się jako:

$$Z_i = A_i C_b \rho_b, \quad (4.5)$$

gdzie  $A_i$  jest polem przekroju pręta transmitującego.

**Etap 2**

Fala ściskająca naprężenia  $\sigma_I$  propaguje się w pręcie transmitującym aż do powierzchni kontaktu z prętem pomiarowym. Wtedy na skutek różnicy impedancji w pręcie pomiarowym:

$$Z_m = A_m C_b \rho_b, \quad (4.6)$$

gdzie  $A_m$  jest polem przekroju pręta pomiarowego, fala o intensywności naprężenia:

$$\sigma_{T1} = \frac{2Z_i}{Z_m + Z_i} \sigma_I \quad (4.7)$$

jest transmitowana do pręta pomiarowego jako fala ściskająca. Z kolei fala o intensywności naprężenia:

$$\sigma_{R1} = \frac{Z_m - Z_i}{Z_m + Z_i} \sigma_I \quad (4.8)$$

jest odbijana od powierzchni kontaktu i propaguje się z powrotem wzdłuż pręta transmitującego jako fala rozciągająca o intensywności  $\sigma_{R1}$ .

**Etap 3**

Fala ściskająca o intensywności  $\sigma_{T1}$  propaguje się wzdłuż pręta pomiarowego aż do granicy z próbką, której impedancja:

$$Z_s = A_s C_s \rho_s, \quad (4.9)$$

gdzie  $A_s$  to pole przekroju próbki. Fala ściskająca o intensywności naprężenia:

$$\sigma_T = \frac{2Z_m}{Z_s + Z_m} \sigma_{T1} \quad (4.10)$$

jest transmitowana do próbki, a fala o intensywności naprężenia:

$$\sigma_R = \frac{Z_s - Z_m}{Z_s + Z_m} \sigma_{T1} \quad (4.11)$$

na skutek różnicy impedancji jest odbijana.

**Etap 4**

Fala ściskająca o intensywności  $\sigma_T$  propaguje się następnie wzdłuż testowanej próbki, odbijając się od swobodnej powierzchni, i powraca jako fala rozciągająca, która niszczy próbkę. Naprężenie, przy którym proces ten zachodzi, jest równe wytrzymałości dynamicznej  $\sigma_c$ .

Tabela 4.2. Wartości intensywności naprężenia fal w prętach dla dwóch prędkości pocisku

$V_0$	$t_{\text{loading}}$ (s) równanie (4.4)	$\sigma_I$ (MPa) równanie (4.3)	$\sigma_{T1}$ (MPa) równanie (4.7)	$\sigma_{R1}$ (MPa) równanie (4.8)
7 m/s	0,0001293	50,222	86,590	-36,367
15 m/s		107,619	185,550	-77,931

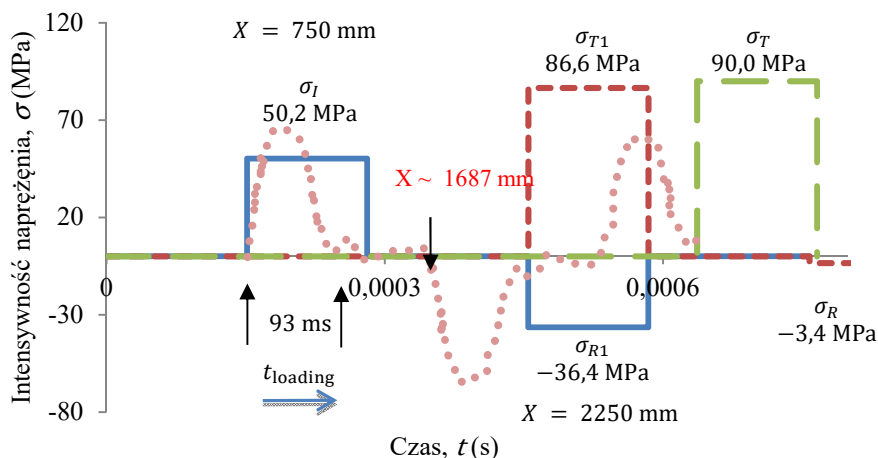
  

$V_0$	$\sigma_T$ (MPa) równanie (4.10)	$\sigma_R$ (MPa) równanie (4.11)	$C_s$ (m/s)	$C_p$ (m/s)	$C_b$ (m/s)
7 m/s	90,039	-3,449	5283,056	4948,006	4948,006
15 m/s	192,940	-7,390			

W celu zobrazowania procesu zachodzącego podczas testu w tab. 4.2 pokazano wartości intensywności naprężenia, które uzyskano z zastosowaniem równań (4.3)–(4.11) oraz z uwzględnieniem danych przedstawionych wcześniej w tab. 4.1 i dwóch prędkości pocisku: 7 m/s i 15 m/s.

**4.3. Porównanie wyników eksperymentalnych oraz teoretycznych**

Na rysunku 4.4 przedstawiono przebieg fal naprężenia w prętach transmitującym i pomiarowym oraz w próbce przy założeniu, że pomiarów dokonano na ich środku. W celu graficznego przedstawienia analitycznego rozwiązania problemu (patrz podrozdział 4.2) wykorzystano dane przedstawione w tab. 4.1 oraz 4.2. Porównano przebiegi zmian naprężenia w pręcie transmitującym uzyskane na drodze analitycznej i eksperymentalnej (Nyoungue i in. 2005). Z porównania tego wynika, że urządzenie stosowane w opisanych eksperymentach zostało źle skalibrowane. Po pierwsze, fala przychodząca zaobserwowana podczas eksperymentu była za krótka w stosunku do długości pocisku. Jej długość odpowiadała długości pocisku równej ok. 230 mm, a nie ok. 320 mm, co określono w (Nyoungue i in. 2005). Po drugie, tensometr nie mógł zostać naklejony na środku pręta transmitującego, gdyż fala odbita pojawiała się w nim zbyt szybko, po przebyciu drogi 1687 mm, a nie 2250 mm, co jest zgodne z opisem. Poziom naprężenia fali transmitującej był niezgodny z wartością odpowiadającą prędkości pocisku 7 m/s, co mogło być związane z jej błędnym pomiarem. W związku z tym na podstawie omawianych eksperymentów nie można poprawnie określić wytrzymałości dynamicznej  $\sigma_c$  i czasu zniszczenia  $t_f$ .



Rys. 4.4. Schematyczne przedstawienie propagacji fali wzdłuż prętów dla prędkości pocisku 7 m/s

Jak wykazano powyżej, istnieje możliwość testowania wytrzymałości kruchego materiału pod wpływem obciążeń dynamicznych. Jednak zawsze potrzebna jest weryfikacja procedury, np. z wykorzystaniem metody elementów skończonych lub metod analitycznych, ponieważ podczas eksperymentu zniszczenie powstaje w wyniku zaawansowanego procesu interakcji i propagacji fal. Z zastosowaniem metody eksperymentalnej opisaną w tym rozdziale można przyłożyć do próbki duże obciążenie z jednoczesnym zapewnieniem dużej prędkości deformacji.

W wyniku zaprezentowanej analizy okazało się, że sprawdzając wyniki testów eksperymentalnych, można wykryć pewne nieścisłości. W podrozdziale 4.4 zostanie zaproponowana skorygowana metoda zapewniająca prawidłowe wyznaczenie dynamicznej wytrzymałości materiału kruchego.

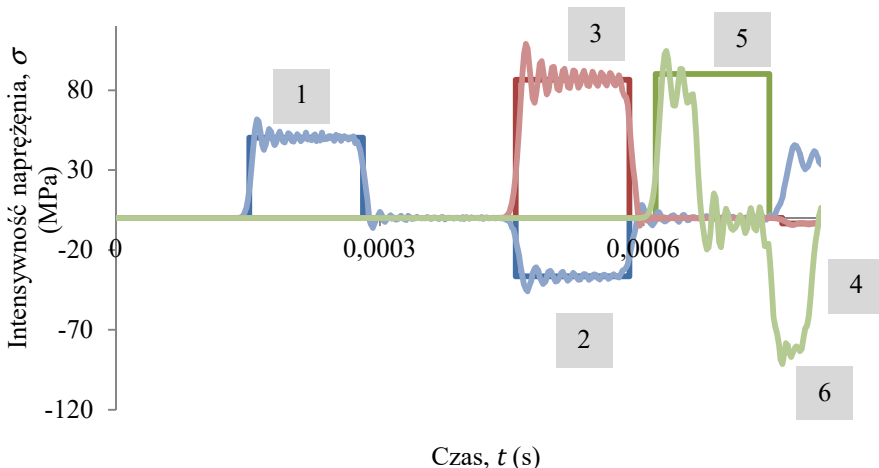
#### 4.4. Symulacja komputerowa

Symulacja komputerowa procesu propagacji i interakcji fal sprężystych w prętach jest istotnym elementem analizy zniszczenia próbki kruchego materiału. W tabeli 4.1 zaprezentowano wszystkie wymiary prętów będących elementami stanowiska pomiarowego, użyte do zbudowania pełnego trójwymiarowego modelu z wykorzystaniem programu Abaqus/Explicit (Abaqus 2015). Przyjęto ośmiowęzłowe liniowe elementy skończone (objętościowe) o nazwie C3D8R, o trzech translacyjnych stopniach swobody i zredukowanym całkowaniu. Jednorodną strukturalną siatkę tych elementów skończonych zastosowano do dyskretyzacji pocisku, prętów transmitującego i pomiarowego oraz próbki. Okazało



się, że przed dotarciem fali do próbki, kiedy następowało jej uszkodzenie, proces był fizycznie liniowy (zastosowano prawo Hooke'a). Zapewniono kontakt między wszystkimi częściami modelu. Zdefiniowano prawo tarcia (ze współczynnikiem 0,2) między pociskiem a prętem transmitującym oraz między prętem transmitującym a prętem pomiarowym i między prętem pomiarowym a próbką. Dodatkowo między próbką a prętem pomiarowym zastosowano opcję bez rozdzielania (ang. *no separation*) ze względu na doklejenie próbki testowanego materiału do pręta pomiarowego podczas rzeczywistych testów eksperymentalnych. Przyjęto, że długość elementów siatki MES wynosi 2 mm (charakterystyczna długość elementów skończonych), równomiernie dla wszystkich części modelu. Wcześniej rozpatrzono wpływ wielkości elementów siatki MES na propagację i interakcję fal w prętach, wykorzystując w tym celu analityczne rozwiązanie problemu Skalaka (Skalak 1957, Jankowiak, Klepaczek, Łodygowski 2006). W innej pracy (Jankowiak 2011) wykazano, że rozwiązanie dynamiczne jest niezależne od wielkości elementów siatki MES. W symulacjach komputerowych wzięto pod uwagę wartości prędkości pocisku wybrane z zakresu od 3 m/s do 25 m/s.

Na rysunku 4.5 porównano rozwiązanie uzyskane na drodze analitycznej oraz wynik symulacji komputerowej dla prędkości pocisku równej 7 m/s. Widać na nim przebieg rozwiązania analitycznego (prostokątne impulsy) oraz sygnały oscylujące wokół tego rozwiązania uzyskane w wyniku symulacji komputerowej z zastosowaniem metody elementów skończonych i jawnego całkowania równań ruchu (Abaqus/Explicit).



Rys. 4.5. Porównanie rozwiązania analitycznego i wyników symulacji komputerowej propagacji fali wzdłuż prętów dla prędkości pocisku 7 m/s (znaczenie numerów 1–6 podano w tab. 4.3)

Tabela 4.3. Zestawy danych oznaczone numerami 1–6 na rys. 4.5

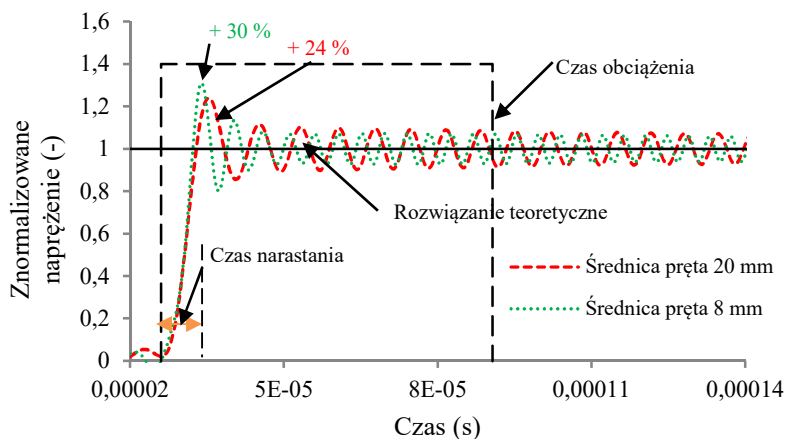
Nr	Oznaczenie	Intensywność naprężenia (MPa)	Rodzaj fali	Odległość od miejsca uderzenia (mm)	Pręt
1	$\sigma_I$	50,2	przychodząca	750	transmitujący
2	$\sigma_{R1}$	-36,4	odbita	750	transmitujący
3	$\sigma_{T1}$	86,6	transmitowana	2250	pomiarowy
4	$\sigma_R$	-3,4	odbita	2250	pomiarowy
5	$\sigma_T$	90,0	transmitowana	3040	próbka
6	określa wytrzymałość na dynamiczne rozciąganie		odbita	3040	próbka

Fala ściskająca o intensywności  $\sigma_I$ , powstała na skutek uderzenia pocisku w pręt transmitujący o średnicy 20 mm, propagowała się wzdłuż tego pręta. Punkt pomiarowy był usytuowany w odległości 750 mm od miejsca uderzenia. Następnie, po dotarciu fali do granicy między prętami transmitującym i pomiarowym, jej część była odbijana (nr 2), a część – transmitowana do pręta pomiarowego (nr 3). Intensywność rozciągającej fali odbitej  $\sigma_{R1}$  mierzono na środku pręta transmitującego, a intensywność fali transmitowanej  $\sigma_{T1}$  mierzono w przecie pomiarowym w odległości 2250 mm od miejsca uderzenia pocisku. Następnie, po dotarciu fali do granicy między prętem pomiarowym a próbką, część fali ulegała odbiciu (nr 4), a część była transmitowana do próbki (nr 5). Intensywność naprężenia fali odbitej  $\sigma_R$  mierzono w przecie pomiarowym w odległości 2250 mm od miejsca uderzenia. Do próbki była transmitowana ściskająca fala  $\sigma_T$ , której intensywność mierzono w odległości 3040 mm od miejsca uderzenia. Na skutek odbicia fali ściskającej od swobodnej powierzchni próbki powstała fala rozciągająca o intensywności  $-\sigma_T$  (nr 6), przy czym w punkcie pomiarowym taka intensywność mogła nie wystąpić ze względu na pęknięcie, które powstało w próbce na skutek przekroczenia dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie. W tym momencie rozpoczął się proces silnie nieliniowy ze względu na zniszczenie próbki.

Na podstawie analizy prezentowanych wyników badań zauważono, że w symulacjach komputerowych czas obciążenia (długość fal 1, 2, 3 i 4 na rys. 4.5) był równy około 129  $\mu\text{s}$  (patrz równanie 4.4). Była to wartość stała, niezależna od prędkości pocisku. W pracach (Nyoungue 2001, Nyoungue i in. 2005) podano, że w niektórych przypadkach czas zniszczenia przekraczał 129  $\mu\text{s}$ , co jest niemożliwe. Dodatkowo, jak widać na rys. 4.5, fala rozciągająca, której wystąpienie prowadzi do uszkodzenia próbki (fala nr 6), była znacznie krótsza niż 129  $\mu\text{s}$ .

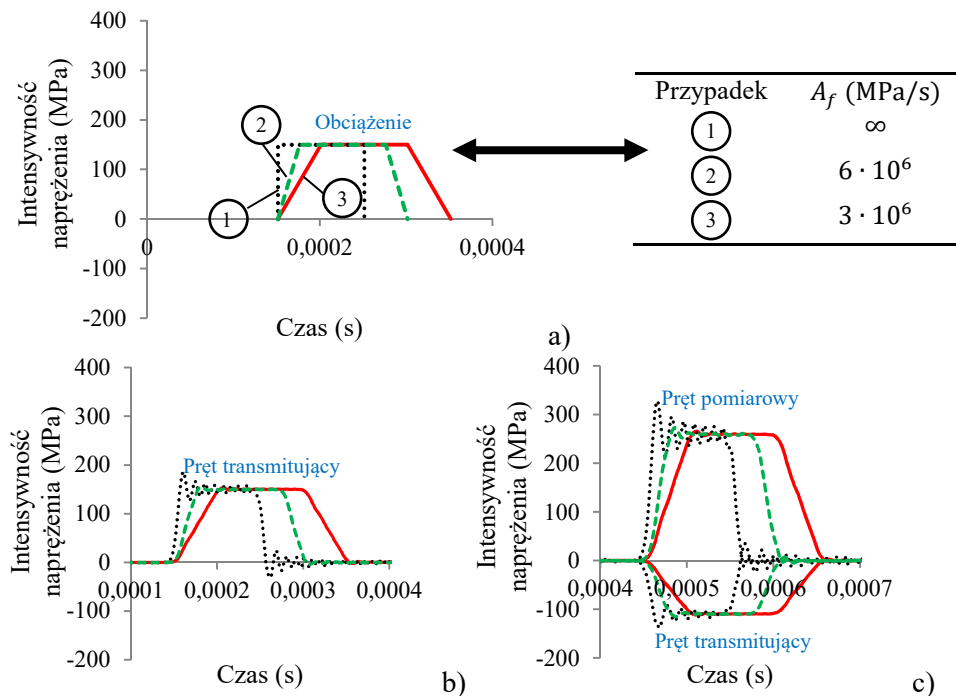
#### 4.4.1. Analiza czasu narastania fali naprężenia

Przedmiotem analizy w tym podrozdziale jest czas narastania fali naprężenia. Na rysunku 4.5 można zaobserwować, że intensywność fali naprężenia w symulacji komputerowej zmienia się od zera do konkretnej wartości w sposób ciągły. Czas narastania fali naprężenia jest związany z dyspersją geometryczną w prętach, która w ogólnym znaczeniu jest zależna od średnicy pręta (patrz podrozdział 1.4). Analiza czasu narastania fali naprężenia ma szczególne znaczenie w przypadku rozciągania materiałów kruchych, które szybko ulegają zniszczeniu (pękają), gdyż jego wartość decyduje o rzeczywistej prędkości deformacji (patrz rys. 4.6). Problem ten szczegółowo dyskutowano w pracach (Jankowiak 2011, Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011, Skalak 1957). Przykładowe oscylacje fal w przypadku dwóch średnic prętów stosowanych w układzie testowym (8 mm i 20 mm) przedstawiono na rys. 4.6. Zaprezentowano na nim porównanie rozwiązania teoretycznego oraz rozwiązania problemu Skalaka (zderzenie dwóch półnieskończonych prętów przyrmatycznych). Znormalizowane naprężenie jest oznaczone na rys. 4.6 jako  $\sigma_{\text{Skal}}/\sigma_{\text{theor}}$ . Jak widać na rysunku 4.6, maksymalne naprężenie w prętach pomiarowych w porównaniu z rozwiązaniem analitycznym, zgodnym z teorią propagacji fal sprężystych w prętach, wzrasta o ok. 24%, gdy średnica wynosi 20 mm, oraz o ok. 30%, gdy średnica wynosi 8 mm. Ten wzrost powinien zostać uwzględniony podczas określania rzeczywistej dynamicznej wytrzymałości materiału kruchego. Wpływa on zarówno na poziom naprężenia w próbce, jak i poprzez czas narastania fali naprężenia (patrz rys. 4.6) na czas zniszczenia oraz na prędkość deformacji (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013). Jak wykazano, czas narastania fali naprężenia i proces dyspersji geometrycznej zależą w ogólności od średnicy zderzających się prętów.



Rys. 4.6. Zmiana naprężenia znormalizowanego w dwóch prętach stosowanych w układzie (o średnicach 8 mm i 20 mm) przy prędkości pocisku 7 m/s

W celu dokonania pełnej analizy czasu narastania fali naprężenia dokonano symulacji komputerowej układu przedstawionego na rys. 4.1. Nie modelowano pocisku i jego uderzenia w pręt transmitujący. Zamiast tego obciążono go zmiennym ciśnieniem o amplitudzie  $P = 150$  MPa, która odpowiadała prędkości pocisku ok. 20 m/s. Jako obciążenie przyjęto fale o trzech kształtach przedstawione na rys. 4.7a, przy czym występowały trzy szybkości zmian fali naprężenia  $A_f$  (przypadki 1–3).



Rys. 4.7. Wpływ czasu narastania fali naprężenia na wyniki pomiarów intensywności naprężenia w prętach transmitującym i pomiarowym: a) fale obciążenia o szybkości zmian  $A_f$ , b) fale przychodzące w pręcie transmitującym, c) fale odbite w pręcie transmitującym oraz transmitowane w pręcie pomiarowym

W przypadku innych wartości amplitudy, odpowiadających prędkości pocisku od 3 m/s do 25 m/s, wyniki analizy były takie same. Na rysunku 4.7b przedstawiono kształt fali przychodzącej w pręcie transmitującym dla wszystkich trzech omawianych przebiegów obciążenia (przypadki 1–3). W przypadku 1 widoczna jest dyspersja geometryczna, podobnie jak w przypadku wywołania fali przychodzącej uderzeniem pocisku. Na rysunku 4.7c przedstawiono kształt fali odbitej w pręcie transmitującym oraz kształt fali transmitowanej w pręcie pomiarowym. Jak widać, we wszystkich badanych przypadkach kształt fali jest

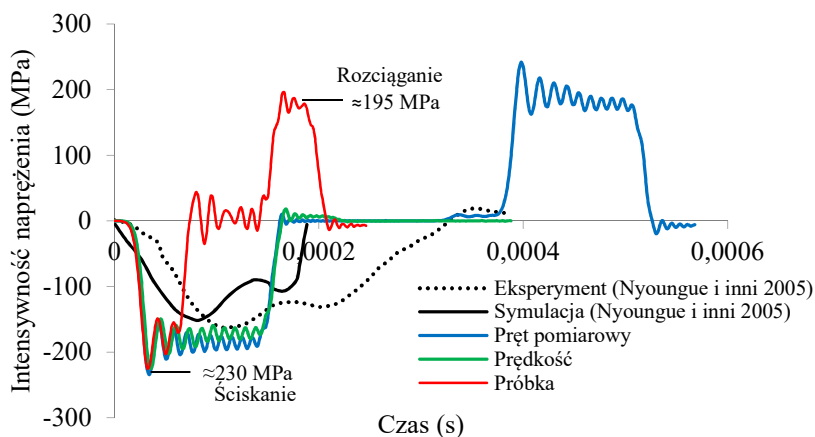
zależny od założonego przebiegu zmian obciążenia (rys. 4.7a). Szybkość zmian fali naprężenia mierzona w pręcie transmitującym (rys 4.7b) wynosi  $A_f$ , a czasy narastania są identyczne (rys. 4.7a i b). Amplituda fali transmitowanej w pręcie pomiarowym (intensywność naprężenia) wzrasta do ok. 250 MPa (patrz rys. 4.7c). Czasy narastania fal naprężenia są zgodne z czasami narastania obciążenia. Podobna sytuacja występuje w przypadku fali odbitej w pręcie transmitującym. W związku z tym zmienia się szybkość narastania fali naprężenia w pręcie pomiarowym w stosunku do tej w pręcie transmitującym. Omawiane procesy mają szczególne znaczenie przy testowaniu materiałów kruchych (szkło, beton), gdyż czas narastania i szybkość zmiany fali naprężenia  $A_f$  są uwzględniane podczas wyznaczania ich dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie.

#### 4.4.2. Metody pomiaru dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie

Na rysunku 4.8 porównano wyniki zastosowania różnych metod określania dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie z uwzględnieniem prędkości pocisku 15 m/s. Wszystkie fale przesunięto w czasie do jednego punktu, aby ułatwić analizę porównawczą. W pracy (Nyoungue i in. 2005) wykorzystano falę transmitowaną w pręcie pomiarowym (linia kropkowa). Czarnym kolorem zaznaczono falę naprężenia zarejestrowaną w symulacjach komputerowych opisanych w pracy (Nyoungue i in. 2005). Jak widać, wykresy te znacznie się różnią pod względem intensywności naprężenia oraz długości fal. Fala uzyskana w wyniku symulacji jest krótsza (Nyoungue i in. 2005). Na rysunku 4.8 przedstawiono również wyniki symulacji komputerowej opisanej w pracy (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013). Niebieską linią zaznaczono wyniki uzyskane z uwzględnieniem konfiguracji przedstawionej na rys. 4.1 i danych z tab. 4.1. Na rysunku 4.8 zaprezentowano też wyniki zastosowania metody opisanej w pracach (Erzar, Forquin 2011, Schuler, Mayrhofer, Thoma 2006), polegającej na pomiarze naprężenia na podstawie prędkości końcowej (swobodnej) powierzchni próbki. Obliczenia wykonano z uwzględnieniem wartości prędkości uzyskanej na podstawie symulacji komputerowej (zielona linia). Widać, że oba przebiegi intensywności naprężenia są jednakowe zarówno pod względem długości, jak i wartości amplitudy. Należy jednak podkreślić, że nie są zgodne z wynikami wcześniejszych badań (Nyoungue 2001, Nyoungue i in. 2005), co również wykazano szczegółowo w pracy (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013).

Porównanie zaprezentowane na rys 4.8 wyraźnie świadczy o tym, że równoległe stosowanie obu metod omawianych w tej monografii (czyli metody eksperymentalnej i symulacji komputerowej) zapewnia dokładność wyników i pozwala ograniczyć błędy. Wykazano, że maksymalne naprężenie ściskające w pręcie pomiarowym wynosi ok. 230 MPa. Jednak autorzy pracy (Nyoungue i in. 2005) podają wartości mniejsze: 163 MPa (wynik eksperymentu) i 150 MPa (wynik symulacji). Na rysunku 4.8 zaznaczono czerwoną linią zmiany naprężenia

w próbce w odległości 40 mm od powierzchni kontaktu z prętem pomiarowym. Należy podkreślić, że przebieg fali naprężenia w próbce (początkowo ściskanej) jest zgodny z rezultatami uzyskanymi obiema metodami (rys. 4.8). Jednak fala ściskająca jest dużo krótsza. Należy przypomnieć (por. tab. 4.1), że długość próbki wynosi jedynie 160 mm. Zatem fala ściskająca odbija się od swobodnego końca próbki i wraca jako fala rozciągająca. Jeżeli początkowa fala ściskająca dla prędkości pocisku równej 15 m/s ma wartość ok. 230 MPa, to fala rozciągająca, która powoduje pęknięcie w materiale po przekroczeniu wytrzymałości dynamicznej, ma maksimum równe ok. 195 MPa.



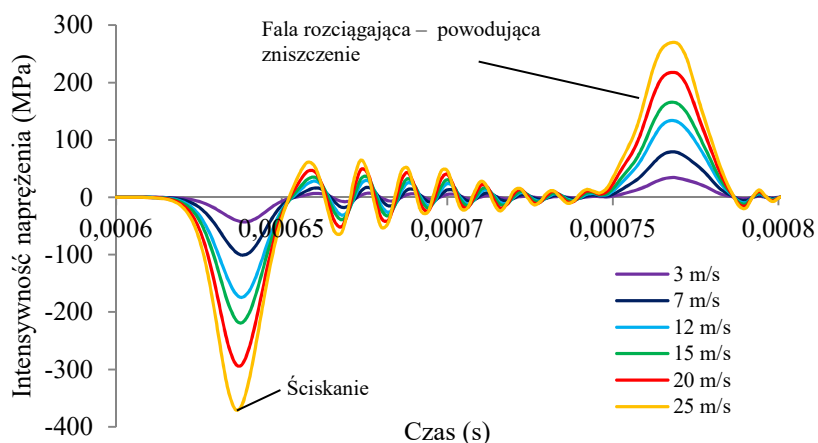
Rys. 4.8. Porównanie wybranych metod określania wytrzymałości dynamicznej oraz czasu zniszczenia materiału dla prędkości pocisku 15 m/s

Zatem, aby określić prawo konstytutywne i wyznaczyć kryterium zniszczenia, a zarazem wytrzymałość dynamiczną na rozciąganie w takim teście, należy określić, jakie są lokalne wartości naprężenia, odkształcenia i prędkości odkształcenia w próbce. W tym celu umieszcza się na próbce dodatkowe tensometry. Takie rozwiązanie stosuje się z powodzeniem na przykład w przypadku betonu (Erzar, Forquin 2011, Klepaczek, Brara 2001, Wua i in. 2005). Tensometry nakleja się na środku próbki (oczywiście nie zawsze w tym miejscu pojawia się potem pęknięcie).

#### 4.4.3. Analiza przebiegu zmian naprężenia w próbce

Symulacje komputerowe opisane w tym podrozdziale wykonano w celu określenia zmian lokalnych wartości naprężenia w próbce pod wpływem uderzenia pociskiem z różną prędkością. W pierwszej kolejności dokonano pełnej trójwymiarowej analizy zmian naprężenia w miejscu, gdzie w omawianych wcześniej eksperymentach pojawiało się pęknięcie, to jest w odległości 50 mm

od swobodnej powierzchni próbki. Rozważono zakres prędkości pocisku od 3 m/s do 25 m/s. Uwzględniane w pracy (Nyoungue i in. 2005) prędkości pocisku, czyli 7 m/s i 15 m/s, mieszczą się w tym zakresie. Przebieg zmian intensywności naprężenia w miejscu pojawienia się odprysku w zależności od prędkości pocisku przedstawiono na rys. 4.9. Jak widać, amplituda ściskającej fali naprężenia w miejscu wystąpienia odprysku rośnie wraz z prędkością pocisku. Wiadomo, że do pęknięcia dochodzi dopiero wtedy, gdy intensywność naprężenia zmienia się na dodatnią, co powoduje rozciąganie materiału. Dlatego właśnie na podstawie omawianego testu określa się dynamiczną wytrzymałość na rozciąganie. Należy dodać, że w każdym punkcie testowanej próbki (szczególnie na jej długości) przebieg zmian naprężenia jest inny. Widać to przy porównaniu czerwonej krzywej na rys. 4.8 i zielonej krzywej na rys. 4.9, które wyznaczono z uwzględnieniem tej samej prędkości pocisku (15 m/s), lecz różnych lokalizacji (40 mm od strony powierzchni uderzenia i 50 mm od swobodnej powierzchni). W okolicach swobodnej powierzchni fala naprężenia jest wygładzana na skutek dyspersji (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013).

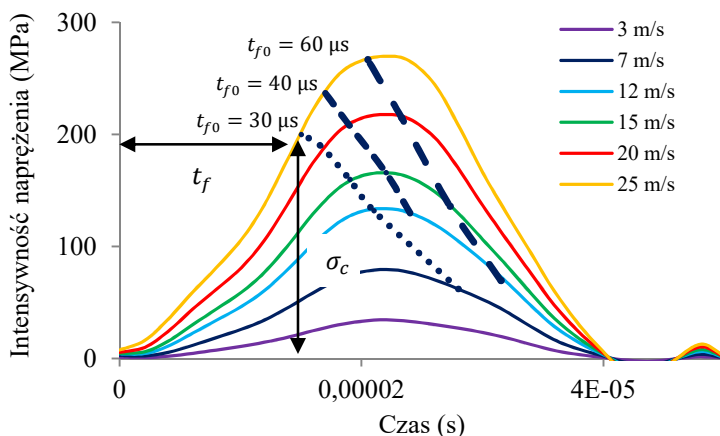


Rys. 4.9. Przebieg zmian naprężenia dla różnych wartości prędkości początkowej pocisku w odległości 50 mm od swobodnej powierzchni próbki

Jak widać na rysunku 4.9, długości fal ściskającej i rozciągającej nie zależą od prędkości pocisku (Jankowiak 2011, Jankowiak, Rusinek, Wood 2013, Klepaczek, Brara 2001). Długość fali rozciągającej jest stała i dla przyjętej geometrii równa około 0,00004 s, czyli 40  $\mu$ s. A zatem czas zniszczenia nie może przekraczać 40  $\mu$ s (Jankowiak, Rusinek, Wood 2013). Jak już wspomniano, we wcześniejszych pracach (Nyoungue 2001, Nyoungue i in. 2005) w przypadku szkła określono ten czas jako zdecydowanie dłuższy. Ważne jest zatem wyznaczenie prawdziwego czasu zniszczenia materiału (z użyciem szybkiej kamery, tensometru zamocowanego na próbce itp.).

## 4.5. Dynamiczne kryterium zniszczenia

Do modelowania zniszczenia szkła (i innych kruchych materiałów) podczas rozciągania dynamicznego może być zastosowane kumulatywne kryterium zniszczenia (równanie 4.1). Jak już zaznaczono, kryterium to jest oparte na trzech parametrach. Można przyjąć, jak w artykule (Nyounge i in. 2005), że wartość  $\sigma_{c0}$  (quasi-statyczna wytrzymałość materiału) wynosi 30,5 MPa, a wartość  $n$  (parametr związany z aktywacją energii podczas procesu pęknięcia) jest równa 0,8. Trzeci parametr, czyli  $t_{f0}$  (krytyczny czas zniszczenia), powinien zostać wyznaczony na podstawie testów dynamicznych. Na rysunku 4.10 pokazano, w jakich chwilach działa kryterium zniszczenia, z uwzględnieniem trzech przykładowych wartości parametru  $t_{f0}$ : 0,00003 s, 0,00004 s i 0,00006 s dla obliczonych wcześniej fal rozciągających w próbce przedstawionych na rys. 4.9.

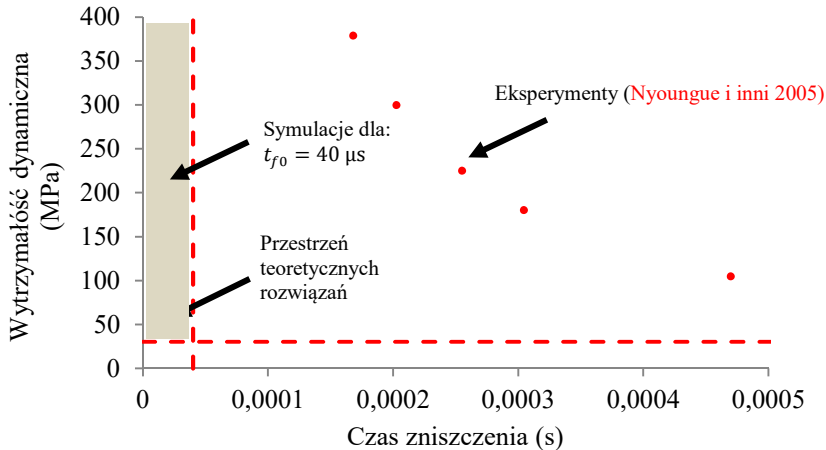


Rys. 4.10. Impuls rozciągający w próbce w odległości 0,05 m od jej swobodnej powierzchni dla różnych prędkości pocisku. Wpływ parametru  $t_{f0}$  na wytrzymałość dynamiczną  $\sigma_c$  oraz na czas zniszczenia  $t_f$

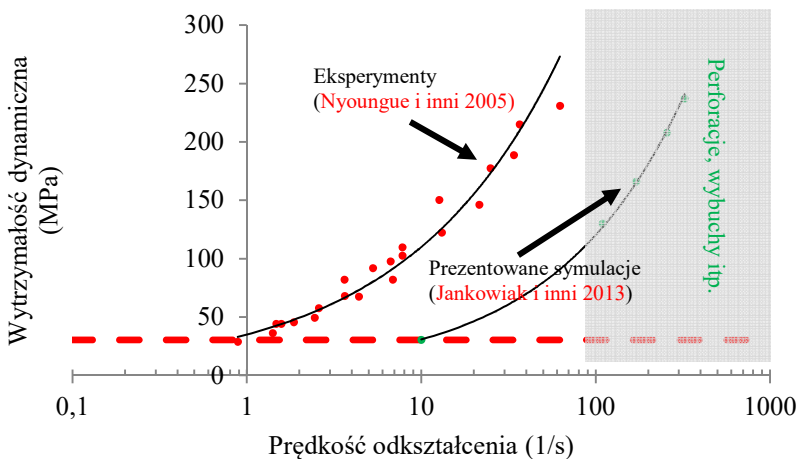
Czas zniszczenia  $t_f$  oraz wytrzymałość dynamiczną  $\sigma_c$  można wyznaczyć tylko dzięki sprzężeniu dwóch metod: metody eksperymentalnej i symulacji komputerowej. Na rysunku 4.10 widać wyraźnie, że im krótszy jest krytyczny czas zniszczenia, tym mniejsze są wartości wytrzymałości dynamicznej  $\sigma_c$  i tym krótszy jest czas zniszczenia  $t_f$ . Wyniki omawianych symulacji komputerowych oraz wcześniejszych eksperymentów (Nyounge i in. 2005) zaprezentowano na rys. 4.11. Symulacje komputerowe potwierdziły konieczność weryfikacji wyników eksperymentalnych. W omawianym przypadku okazało się, że wyniki pomiaru czasu zniszczenia były błędne, gdyż uzyskano je wyłącznie



z uwzględnieniem fali transmitowanej w pręcie pomiarowym, co nie jest prawidłowym podejściem (patrz rys. 4.8).



Rys. 4.11. Wpływ czasu zniszczenia na wytrzymałość dynamiczną szkła. Porównanie wyników symulacji komputerowej oraz przykładowych eksperymentów



Rys. 4.12. Wpływ prędkości odkształcenia na wytrzymałość dynamiczną szkła. Porównanie wyników symulacji komputerowej oraz przykładowych eksperymentów

Z powyższej analizy wynika, że krzywa zniszczenia w płaszczyźnie określonej przez wytrzymałość dynamiczną  $\sigma_c$  i czas zniszczenia  $t_f$  powinna się znajdować wewnątrz teoretycznej przestrzeni rozwiązań, czyli po lewej stronie pionowej czerwonej linii kreskowej na rys. 4.11. Wynika to stąd, że dla podanej geometrii i długości pocisku długość fali rozciągającej była równa około  $40 \mu\text{s}$ ,

a fala rozciągająca miała kształt paraboliczny i po ok. 20  $\mu\text{s}$  naprężenie rozciągające się zmniejszało (rys. 4.10). Oczywiście wzięto tu pod uwagę tylko to miejsce, w którym podczas eksperymentu wystąpiło pęknięcie (w odległości 50 mm od swobodnej powierzchni próbki). Na rysunku 4.12 przedstawiono wpływ prędkości odkształcenia na wytrzymałość dynamiczną szkła na rozciąganie.

Należy zwrócić uwagę, że wzmocnienie dynamiczne podczas rozciągania zaczęło się, gdy prędkość odkształcenia była równa 10 1/s, a nie, jak wyznaczono na podstawie eksperymentu, gdy była równa 1 1/s (patrz rys. 4.12).

## 5. Test służący do określania współczynnika tarcia dynamicznego

Tarcie jest istotnym czynnikiem w wielu omawianych w tej monografii procesach i symulacjach. W procesach dynamicznych, takich jak np. perforacja, ma ona szczególne znaczenie, gdyż wpływa na ich przebieg i wyniki. Należy wówczas zmierzyć rzeczywiste wartości współczynnika tarcia. Można tego dokonać, stosując różne metody badawcze. W przypadku małych prędkości poślizgu można wykorzystać trybometry typu kula-tarcza lub trzpień-tarcza (Nair, Griffin, Randall 2009 oraz So 1996). W przypadku dużych lub bardzo dużych prędkości poślizgu potrzebne są inne, bardziej zaawansowane techniki. Powinny one zapewniać możliwość modyfikacji podstawowych zmiennych w procesie tarcia, czyli siły nacisku oraz prędkości poślizgu.

Niektóre stanowiska badawcze są wyposażone w zmodyfikowany skręcający pręt Kolsky'ego (Espinosa, Patanella, Fischer 2000, Rajagopalan, Irfan, Prakash 1999). Może on służyć do pomiaru współczynnika tarcia przy prędkości maksymalnej 3,5 m/s i ciśnieniu maksymalnym 40 MPa. Były również wykonywane eksperymenty, w których bezpośrednio uderzenie w płytę wywoływało wysokie ciśnienie na płaszczyźnie kontaktu (100–200 MPa) i dużą prędkość poślizgu (1–60 m/s) (Espinosa, Patanella, Fischer 2000, Rajagopalan, Prakash 1999, Rajagopalan, Irfan, Prakash 1999). Na wyniki zastosowania każdej metody badawczej wpływa nie tylko interakcja między kontaktującymi się powierzchniami, ale również szereg innych zjawisk, jak choćby propagacja fal w prętach pomiarowych. Dlatego każda metoda powinna być dokładnie sprawdzona, aby przed jej zastosowaniem mieć pewność, jak zmienia się mierzona wielkość pod wpływem czynników występujących podczas pomiaru (Archard 1953, Bowden, Freitag 1958, Bowden, Moore, Tabor 1943 oraz Greenwood, Tabor 1955).

Należy dodać, że wartość współczynnika tarcia jest często w symulacjach komputerowych przyjmowana arbitralnie, bez żadnych badań. W takich przypadkach jak obróbka (skrawanie) przy dużej prędkości (Łodygowski i in. 2012) zjawisko tarcia jest ważne, więc powinno się je w prawidłowy sposób uwzględnić w obliczeniach. Podobnie jest na przykład w przypadku procesu tarcia w układach hamulcowych (Cristol-Bulthe, Desplanques, Degallaix 2007), perforacji (szczególnie gdy są badane grube konstrukcje (Gellert, Cimpoeru, Woodward 2000)) lub dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona (Iwamoto, Yokoyama 2012, Jankowiak, Rusinek, Łodygowski 2011). Wpływ ciśnienia na współczynnik tarcia podczas dwuosowego ściskania quasi-statycznego omówiono w pracy (Frąs i in. 2014).

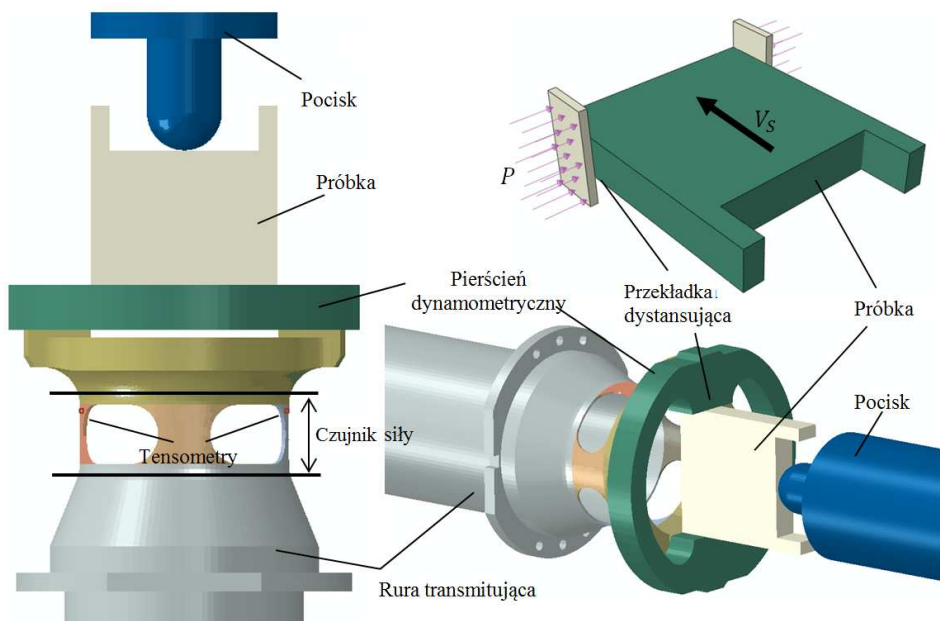
W symulacjach komputerowych poślizg, do którego dochodzi podczas tarcia, był obliczany dla kontaktujących się powierzchni, a w założonym modelu tarcia Coulomba (Abaqus 2015) zostały uwzględnione normalne i styczne naprę-

żenia kontaktowe, przy czym normalne naprężenie kontaktowe było ciśnieniem normalnym, a styczne naprężenie kontaktowe było naprężeniem tarcia. Iloczyn ciśnienia normalnego na powierzchni kontaktu i pola tej powierzchni był siłą normalną, a iloczyn naprężenia tarcia i pola powierzchni kontaktu był siłą tarcia.

W tym rozdziale zostanie omówiona metoda badawcza służąca do określenia współczynnika tarcia dynamicznego w przypadku dużych wartości ciśnienia normalnego  $P_0$  oraz prędkości poślizgu  $V_s$  między dwoma powierzchniami przesuwanymi względem siebie. W badaniach brano pod uwagę wartości prędkości poślizgu z zakresu od 20 m/s do 83 m/s i wartości ciśnienia normalnego z zakresu od 45 MPa do 160 MPa.

### 5.1. Badania laboratoryjne

Stanowisko badawcze przedstawione na rys. 5.1 służy do określenia współczynnika tarcia dynamicznego, które zachodzi między przekładkami a próbką, gdy prędkość poślizgu nie przekracza 120 m/s, a maksymalne ciśnienie normalne wynosi 200 MPa (List, Sutter, Arnoux 2013, Łodygowski i in. 2011, Sutter, Ranc 2010, Sutter, Philippon, Molinari 2004, oraz Sutter i in. 2014).



Rys. 5.1. Trybometr służący do pomiaru współczynnika tarcia dynamicznego

Trybometr składa się z działa gazowego, pocisku, próbki, pierścienia dynamometrycznego, przekładek dystansujących, czujnika siły i rury transmitującej.

Przekładki dystansujące o różnej grubości są stosowane w celu wywołania podczas eksperymentu ciśnienia normalnego o wybranej wartości. Pierścień dynamometryczny jest rozchylany tak, aby można było wsunąć weń próbkę, która następnie jest ściskana, co wywołuje założone ciśnienie normalne. Czujnik siły to część pręta transmitującego (patrz rys. 5.1), do której są przyklejone tensometry rejestrujące na dwóch symetrycznie usytuowanych blaszkach przebieg zmian odkształcenia. Eksperyment składa się z dwóch etapów (List, Sutter, Arnoux 2013, Sutter, Ranc 2010, Sutter, Philippon, Molinari 2004 oraz Sutter i in. 2014):

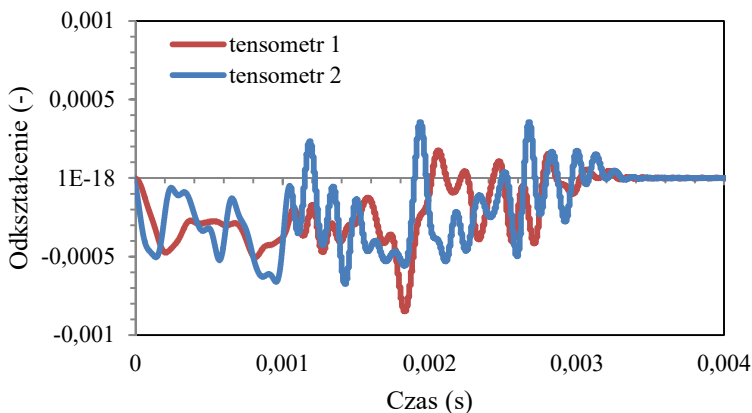
1) etap I:

- zapewnienie założonego ciśnienia normalnego  $P_0$  przez zastosowanie przekładki o odpowiedniej grubości;

2) etap II:

- rozprędkowanie pocisku za pomocą działa gazowego do prędkości  $V_0$ , z którą uderza on w próbkę,
- poślizg próbki względem przekładek dystansujących, któremu towarzyszy tarcie,
- rejestracja propagującej się fali odkształcenia przez tensometry przyklejone do dwóch cienkich ścianek czujnika siły.

Najważniejszymi parametrami podczas omawianego eksperymentu były: ciśnienie normalne  $P_0$  oraz prędkość początkowa pocisku  $V_0$ . Relacja między prędkością początkową pocisku  $V_0$  a prędkością poślizgu  $V_s$  zostanie omówiona w podrozdziale 5.4. Prędkość  $V_0$  mierzono za pomocą czujnika laserowego, zamontowanego na końcu lufy działa gazowego. Jej wartość była zależna od wartości zastosowanego podczas wystrzału ciśnienia gazu w zbiorniku działa gazowego. Na rysunku 5.2 przedstawiono przykładowy wynik pomiaru odkształcenia dla prędkości pocisku  $V_0 = 23$  m/s i ciśnienia normalnego  $P_0 = 49$  MPa.



Rys. 5.2. Przykładowe fale odkształcenia zarejestrowane dla prędkości pocisku  $V_0 = 23$  m/s i ciśnienia normalnego  $P_0 = 49$  MPa

Przebiegi widoczne na rys. 5.2 zostały zarejestrowane z użyciem dwóch tensometrów zamocowanych symetrycznie na zewnętrznych stronach przeciwnych cienkich ścianek czujnika siły (rys. 5.1) (Jankowiak i in. 2016, List, Sutter, Arnoux 2013, Sutter, Ranc 2010, Sutter, Philippon, Molinari 2004 oraz Sutter i in. 2014). Na podstawie tych przebiegów oraz z uwzględnieniem geometrii urządzenia obliczono współczynnik tarcia dynamicznego  $\mu(t)$  zgodnie z następującym równaniem (Sutter i in. 2014):

$$\mu(t) = \frac{F_T(t)}{F_N}, \quad (5.1)$$

gdzie  $F_T$  i  $F_N$  są, odpowiednio, siłą tarcia oraz siłą normalną, które definiuje się w następujący sposób:

$$\begin{aligned} F_T(t) &= E \cdot A_G \cdot \tilde{\varepsilon}(t), \\ F_N &= P_0 \cdot A_C. \end{aligned} \quad (5.2)$$

W pierwszym z równań (5.2)  $E$  jest modułem Younga, a  $A_G$  jest polem powierzchni przekroju poprzecznego cienkich ścianek czujnika siły w miejscu, gdzie naklejono tensometry. Dodatkowo  $P_0$  jest ciśnieniem normalnym, natomiast  $A_C$  jest polem powierzchni kontaktu. Wartości uwzględnione w równaniu (5.2) podano w tab. 5.1.

Tabela 5.1. Dane służące do obliczenia współczynnika tarcia

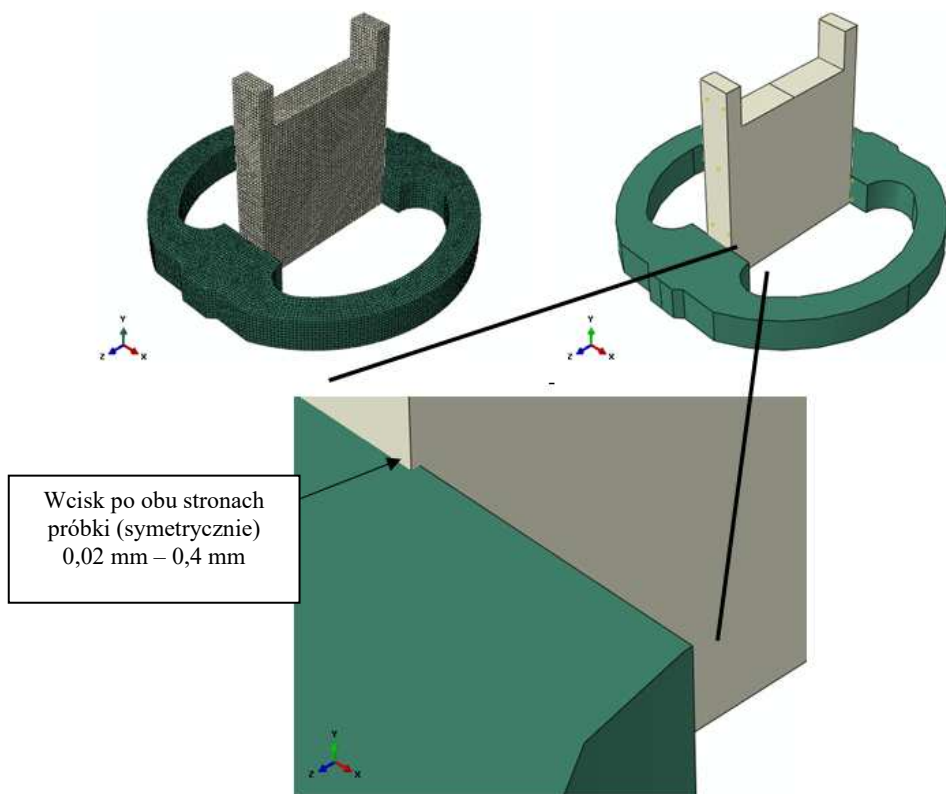
$E$ (MPa)	$A_C$ (mm <sup>2</sup> )	$A_G$ (mm <sup>2</sup> )
210 000	120	20

Należy zaznaczyć, że poziom odkształcenia  $\tilde{\varepsilon}(t)$  stosowany do obliczenia siły tarcia w równaniu (5.2) jest średnią z wartości zarejestrowanych na obu symetrycznie rozmieszczonych tensometrach (Sutter i in. 2014).

## 5.2. Symulacja komputerowa

W tym podrozdziale zostaną przedstawione wstępne obliczenia mające na celu weryfikację modelu numerycznego (dla prędkości pocisku  $V_0 = 23$  m/s i ciśnienia normalnego  $P_0 = 49$  MPa), wykorzystanego następnie do zoptymalizowania pomiaru współczynnika tarcia dynamicznego (Jankowiak i in. 2016). Symulację komputerową podzielono na dwa etapy (patrz podrozdział 5.1). Najważniejszym krokiem analizy numerycznej jest symulacja uderzenia pocisku w próbkę i tarcia dynamicznego, które po nim następuje. Do poślizgu dochodzi w określonych warunkach, a szczególnie przy konkretnej wartości ciśnienia nor-

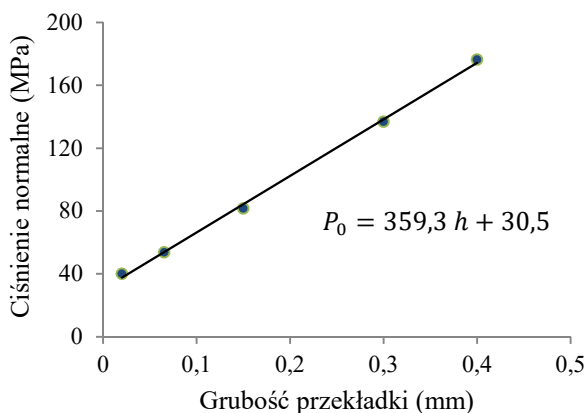
malnego  $P_0$ . W związku z tym tę część symulacji poprzedzono krokiem, w którym zapewniono określone warunki kontaktu. W tym celu pierścień dynamometryczny został w eksperymencie rozciągnięty i wpasowano w niego próbkę po zastosowaniu właściwych przekładek dystansujących (rys. 5.1). W pierwszym etapie symulacji komputerowej (Abaqus 2015) operację tę wykonano z użyciem opcji wcisku (ang. *interference fit*) w programie Abaqus/Standard (patrz rys. 5.3). Następnie uzyskaną konfigurację zaimportowano do programu Abaqus/Explicit w celu wykonania drugiego etapu symulacji, czyli uderzenia pocisku w próbkę i analizy współczynnika tarcia dynamicznego (Jankowiak i in. 2016).



Rys. 5.3. Geometria modelu oraz siatka MES na początku analizy numerycznej

Na tym etapie badań przeanalizowano zależność wyników symulacji komputerowych od przyjętego rodzaju i wielkości elementów skończonych. W wyniku tej analizy przyjęto optymalną dyskretyzację z elementami o wymiarze 1 mm. Próbkę podzielono na 25 200 trójwymiarowych elementów skończonych (C3D8R), a pierścień dynamometryczny na 46 500 takich elementów. Były to elementy objętościowe, liniowe, ośmiowęzłowe, o zredukowanym całkowaniu.

W celu kalibracji modelu (rys. 5.3) symulację wcisku wykonano dla przekładek o grubości od 0,02 mm do 0,4 mm. Następnie określono zależność ciśnienia normalnego  $P_0$  od grubości przekładek  $h$ , co przedstawiono na rys. 5.4. Na podstawie zaprezentowanej analizy ustalono, że grubość przekładek  $h = (P_0 - 30,5)/359,3$ , czyli 0,05149 mm dla przykładowego eksperymentu, gdy  $P_0 = 49$  MPa. Dzięki temu w dalszej analizie mogła zostać uwzględniona odpowiednia wartość ciśnienia normalnego, identyczna z wartością przyjętą w eksperymencie. Prawidłową prędkość pocisku zapewniono przez zastosowanie odpowiedniej prędkości początkowej, w tym przypadku  $V_0 = 23$  m/s. W symulacji komputerowej założono, że współczynnik tarcia jest stały, niezależny od ciśnienia oraz prędkości i równy 0,3. Jak zaznaczono wcześniej, lokalne odkształcenie było rejestrowane podczas testu w miejscach, w których na rys. 5.1 czerwonymi punktami zaznaczono tensometry. Punkty usytuowano symetrycznie w tych miejscach, w których pole przekroju blaszki czujnika siły  $A_G = 20$  mm<sup>2</sup>. Odkształcenie mierzono po zewnętrznej stronie czujnika siły (tam naklejono tensometry – patrz rys. 5.1). Współczynnik tarcia obliczany za pomocą równań (5.1) i (5.2) zgodnie z założeniem powinien być równy 0,3, jednak po wykonaniu obliczeń okazało się, że jego wartość średnia wynosiła 0,2 (patrz rys. 5.5). Było to spowodowane niejednorodnością odkształcenia cienkich blaszek czujnika siły.

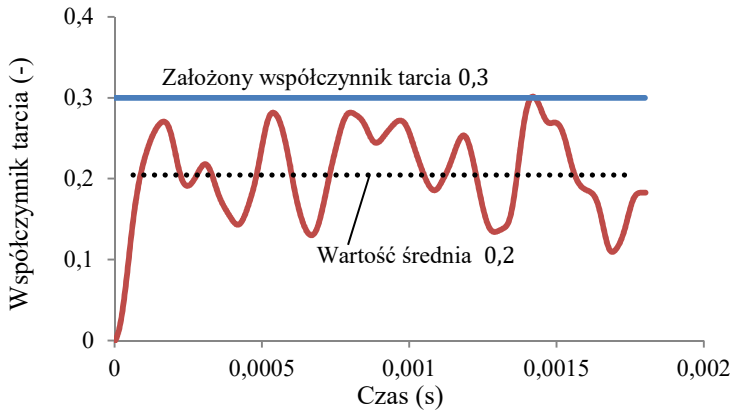


Rys. 5.4. Zależność ciśnienia normalnego  $P_0$  od grubości przekładek  $h$

W podrozdziale 5.2.1 zostanie przedstawiona zmodyfikowana metoda obliczania wartości współczynnika tarcia dynamicznego, a w podrozdziale 5.2.2 będzie zaproponowana metoda korekcji wyników uzyskanych za pomocą metody oryginalnej. Następnie w podrozdziale 5.3 zostanie przeanalizowana prędkość poślizgu (podrozdział 5.3), gdyż udowodniono błędność założenia, że jest ona równa prędkości pocisku, co oznacza, iż  $V_s \neq V_0$ . Analizy te są przykładem



wzajemnej weryfikacji metod komputerowych i eksperymentalnych, prowadzącej do korekcy wyników oraz eliminacji błędnych założeń.



Rys. 5.5. Weryfikacja dynamicznego współczynnika tarcia dla ciśnienia normalnego  $P_0 = 49$  MPa i prędkości pocisku  $V_0 = 23$  m/s

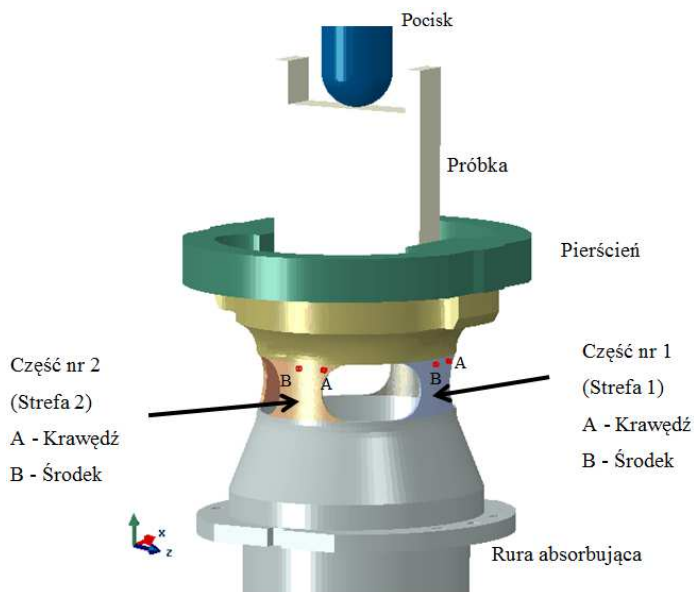
### 5.2.1. Zmodyfikowana metoda pomiaru współczynnika tarcia

Metoda pomiaru współczynnika tarcia oparta na zjawiskach falowych cechuje się pewnymi nieścisłościami. W tym podrozdziale omówiono ich przyczyny oraz zaproponowano modyfikację metody badawczej, umożliwiającą jej stosowanie do określania współczynnika tarcia w szerokim zakresie prędkości poślizgu  $V_s$  oraz dla dużych wartości ciśnienia  $P_0$  z użyciem specjalnego trybometru.

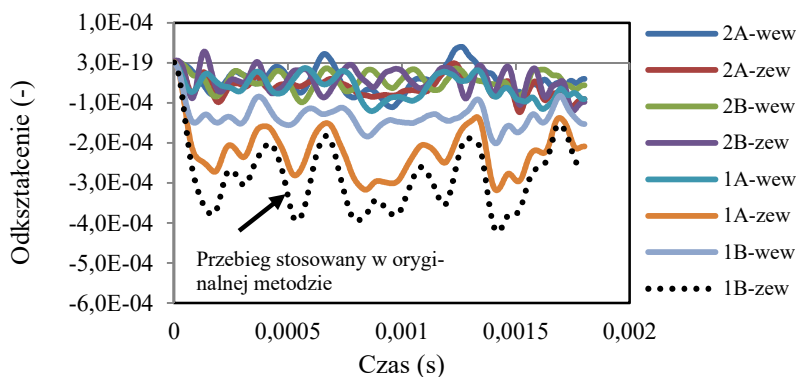
Jak już wspomniano, jedną z przyczyn niedokładności wyników stanowiło to, że podczas przechodzenia fali sprężystej przez czujniki siły odkształcenie nie było stałe na przekroju poprzecznym. W związku z tym przyjęto dodatkowe punkty pomiarowe (strefa 1), aby mierzyć odkształcenie na wszystkich cienkich blaszkach, również na tych, które w mniejszym stopniu ulegają odkształceniu (strefa 2). Oprócz punktów na środku blaszki B dodano również punkty na brzegu blaszki A, a ponadto założono, że pomiary będą wykonane zarówno po zewnętrznej, jak i po wewnętrznej stronie blaszek (patrz rys. 5.6).

W prezentowanej symulacji uwzględniono prędkość pocisku  $V_0 = 23$  m/s i ciśnienie normalne  $P_0 = 49$  MPa. Wykazano, że intensywność odkształcenia jest inna na środku blaszek niż na ich krawędziach. Dodatkowo, jak można było przewidzieć, w strefach 1 i 2 występują różne wartości odkształcenia. Na rysunku 5.7 widać również wyraźnie, że zmieniają się one także na grubości blaszek. Odkształcenie po wewnętrznej stronie blaszki zaznaczono na rys. 5.7 za pomocą końcówki „wew”, a odkształcenie po zewnętrznej stronie blaszki – za pomocą

końcówki „zew”. Zarejestrowane przebiegi odkształcenia świadczą o mimośrodkowym ściskaniu blaszek.



Rys. 5.6. Nowe punkty pomiaru odkształcenia (metoda zmodyfikowana)



Rys. 5.7. Przebiegi odkształcenia we wszystkich punktach pomiarowych

Przebieg odkształcenia w punkcie B po stronie zewnętrznej części nr 1 (tzn. 1B-zew – kropkowa linia na rys. 5.7) był wykorzystywany w oryginalnej metodzie do obliczenia współczynnika tarcia dynamicznego w eksperymentach (patrz podrozdział 5.1) (List, Sutter, Arnoux 2013, Sutter, Ranc 2010, Sutter, Philippon, Molinari 2004). Na rysunku 5.7 widać, że zastosowano największe wartości odkształcenia (Jankowiak i in. 2016). Powstaje pytanie, dlaczego obli-

czona wartość współczynnika tarcia dynamicznego nie jest zbyt duża. W podrozdziale 5.1 określono na podstawie symulacji komputerowych, że wynosiła ona 0,2, mimo że założono wartość 0,3. Odpowiedź na powyższe pytanie jest następująca: mimo że siłę normalną zgodnie z równaniem (5.2) obliczono prawidłowo, to siłę tarcia wyznaczono błędnie.

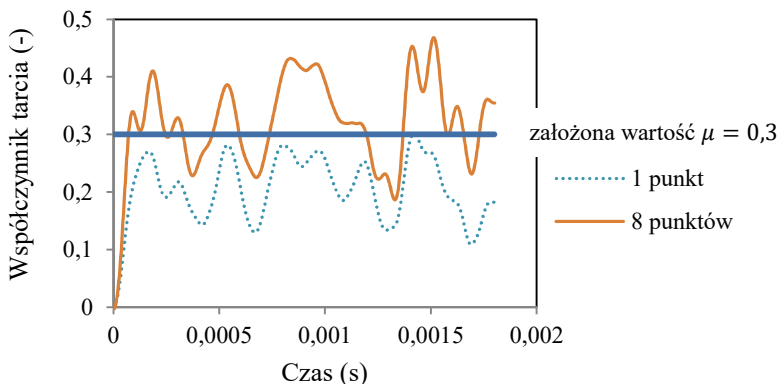
W zmodyfikowanej metodzie wyznaczania współczynnika tarcia dynamicznego do obliczenia siły tarcia wykorzystano średnie wartości odkształcenia  $\tilde{\varepsilon}(t)$  we wszystkich ośmiu punktach pomiarowych  $\varepsilon_i(t)$  (patrz rys. 5.6 i 5.7). Zastosowano w tym celu równanie:

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \frac{\sum_{i=1}^8 \varepsilon_i(t)}{8} \quad (5.3)$$

Widać wyraźnie, że z wykorzystaniem ośmiu punktów pomiarowych niejednorodny rozkład odkształcenia w blaszkach i w efekcie również siłę tarcia określono dokładniej za pomocą równania (5.2). Należy nadmienić, że w układzie pomiarowym istnieją cztery cienkie blaszki, przy czym pole przekroju każdej z nich w miejscu usytuowania tensometrów jest równe  $20 \text{ mm}^2$  (łącznie  $A_G = 80 \text{ mm}^2$ , patrz tab. 5.2). Po zastosowaniu tej wartości w równaniu (5.2) otrzymuje się prawidłową wartość współczynnika tarcia dynamicznego, zgodnie z założeniem równą 0,3 (patrz rys. 5.8).

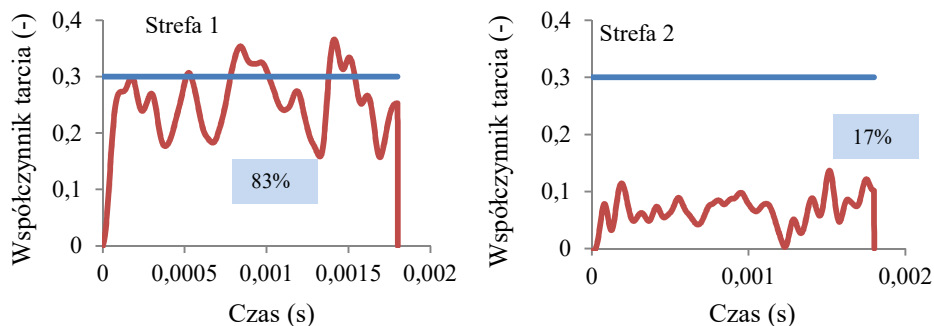
Tabela 5.2. Dane służące do obliczania współczynnika tarcia dynamicznego – metoda zmodyfikowana

$E$ (MPa)	$A_c$ (mm <sup>2</sup> )	$A_G$ (mm <sup>2</sup> )
210 000	120	80



Rys. 5.8. Porównanie współczynników tarcia wyznaczonych z wykorzystaniem różnej liczby punktów pomiarowych (1 i 8) dla  $V_0 = 23 \text{ m/s}$  i  $P_0 = 49 \text{ MPa}$

W wyniku analizy opisaney symulacji komputerowej wykazano, że 83% siły tarcia jest przenoszone przez blaszki w strefie 1, a tylko 17% przez blaszki w strefie 2. W związku z wykorzystaniem do pomiaru siły tarcia w metodzie oryginalnej jedynie blaszek w strefie 1 (Sutter i in. 2014) uzyskano wartość współczynnika tarcia mniejszą o 17% (patrz rys. 5.9). Jednak, jak udowodniono, całkowity błąd zastosowania oryginalnej metody opisywanej w (Sutter i in. 2014) sięga 30% i jest zależny od warunków kontaktu.



Rys. 5.9. Podział siły tarcia ze względu na strefę przenoszenia

### 5.2.2 Metoda korekcji wyników

Badania eksperymentalne opisane w podrozdziale 5.1 wykonano z uwzględnieniem jednego punktu pomiaru, oznaczonego na rys. 5.6 jako B (strefa 1), a na rys. 5.7 jako 1-B-zew. W kolejnych eksperymentach można zastosować większą liczbę tensometrów, jednak nie należy ich umieszczać na wewnętrznej stronie cienkich blaszek, gdyż mogłyby zostać uszkodzone podczas przemieszczania się próbki lub pocisku. W tym podrozdziale zostanie zaprezentowana metoda korekcji wyników przeprowadzonych już testów laboratoryjnych, oparta na wykorzystaniu symulacji komputerowej.

Współczynnik korekcji  $\alpha$  można obliczyć za pomocą symulacji komputerowej z wykorzystaniem obu metod wyznaczania współczynnika tarcia dynamicznego (oryginalnej i zmodyfikowanej) zgodnie z zależnością:

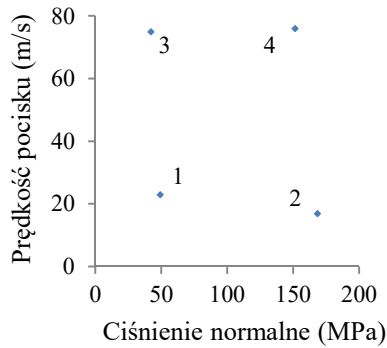
$$\alpha = \frac{\mu_{\text{new}}}{\mu_{\text{old}}} \quad (5.4)$$

Współczynnik korekcji dla pary kontaktujących się materiałów określono jako stosunek dwóch wartości współczynnika tarcia:  $\mu_{\text{new}}$ , obliczanej za pomocą metody zmodyfikowanej (8 punktów pomiarowych), i  $\mu_{\text{old}}$ , obliczanej za pomocą metody oryginalnej (Sutter, Ranc 2010, Sutter, Philippon, Molinari 2004, Sutter i in. 2014). Jest on zależny od ciśnienia normalnego oraz od pręd-

kości poślizgu (Jankowiak i in. 2016) i powinien być niezależny od współczynnika tarcia. Aby to sprawdzić, wykonano szereg analiz numerycznych, dotyczących czterech wybranych przypadków, w których przyjęto różne wartości ciśnienia normalnego  $P_0$  oraz różne prędkości pocisku  $V_0$ , odpowiadające różnym prędkościom poślizgu (patrz tab. 5.3).

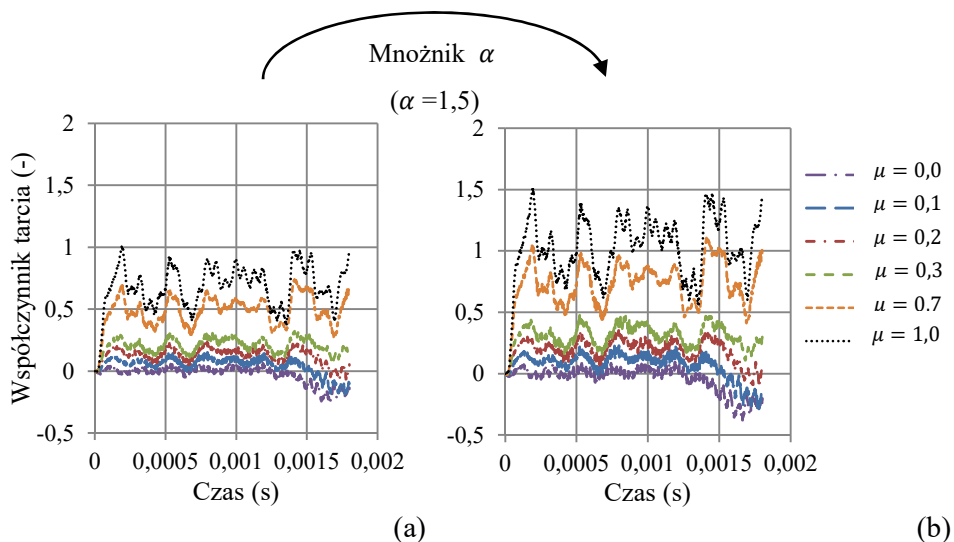
Tabela 5.3. Warunki początkowe przyjęte w analizie czterech rozważanych przypadków

Przypadek	Ciśnienie normalne $P_0$ (MPa)	Prędkość pocisku $V_0$ (m/s)
1	49	23
2	168	17
3	42	75
4	151	76



Z zastosowaniem zmodyfikowanej metody uzyskano prawidłowe wartości współczynnika tarcia dynamicznego w każdym z czterech analizowanych przypadków (tab. 5.3). W przypadku pierwszym, zgodnie z wynikami obliczeń prezentowanymi na rys. 5.8, współczynnik korekcji  $\alpha = 1,5$ , ponieważ wartość współczynnika tarcia  $\mu_{old}$ , wyznaczona z wykorzystaniem jednego punktu pomiarowego (metoda oryginalna), wynosiła 0,2, a wartość współczynnika tarcia  $\mu_{new}$ , wyznaczona z wykorzystaniem ośmiu punktów pomiarowych (metoda zmodyfikowana), wynosiła 0,3 (wartość założona). Pytanie zasadnicze jest następujące: czy dla wszystkich założonych współczynników tarcia wartość współczynnika korekcji jest stała? Aby na nie odpowiedzieć, przeprowadzono szereg symulacji z uwzględnieniem współczynników tarcia o wartościach z zakresu od 0 do 1,0. Obliczenia wykonano dla wszystkich przypadków przedstawionych w tab. 5.3. Poniżej zostaną zaprezentowane wyniki uzyskane dla omawianego szeroko w tym podrozdziale przypadku nr 1. Przebieg zmian wartości współczynnika tarcia, który jest wprost proporcjonalny do zmierzonej siły tarcia (patrz równanie (5.2)), przedstawiono na rys. 5.10. Jak widać, wartości współ-

czynników tarcia wyznaczone z użyciem oryginalnej metody (Sutter i in. 2014) są mniejsze od wartości założonych (patrz rys. 5.10a). Po zastosowaniu współczynnika korekcji  $\alpha = 1,5$  wartości współczynnika tarcia są zgodne z założonymi (rys. 5.10b). Na rysunku 5.10b krzywe fluktuują wokół założonych wartości współczynnika tarcia, co świadczy o tym, że wartość współczynnika korekcji  $\alpha$  jest niezależna od ciśnienia normalnego  $P_0$  oraz od prędkości pocisku  $V_0$ .



Rys. 5.10. Wartości dynamicznego współczynnika tarcia: a) uzyskane z zastosowaniem oryginalnej metody, b) obliczone po korekcji z uwzględnieniem współczynnika  $\alpha = 1,5$

W tabeli 5.4 porównano wartości współczynnika tarcia  $\mu_{\text{new}}$  po korekcji ( $\alpha = 1,5$ ) z wartościami założonymi, czyli  $\mu$ . Przedstawiono w niej również błąd względny. Współczynnik tarcia uzyskany dla założonego  $\mu = 0,0$  po korekcji jest równy 0,007, co oznacza, że błąd względny wynosi 100%. Jednak w rzeczywistości jest on bliski zeru, a jedynie przy obliczaniu błędu względnego w mianowniku pojawia się właśnie 0,007.

Tabela 5.4. Wartości współczynnika tarcia uzyskane po zastosowaniu współczynnika korekcji  $\alpha = 1,5$  wraz z błędami względnymi w procentach

$\mu$	0	0,1	0,2	0,3	0,7	1
$\mu_{\text{new}}$	0,007	0,109	0,210	0,303	0,688	0,974
Błąd względny (%)	100	8,26	4,60	1,13	1,82	2,68

Reasumując, wartość współczynnika korekcji  $\alpha$  obliczona w przypadku nr 1 może być zastosowana nie tylko w symulacjach komputerowych, ale również w eksperymentach, co zostanie przedstawione w podrozdziale 5.3.

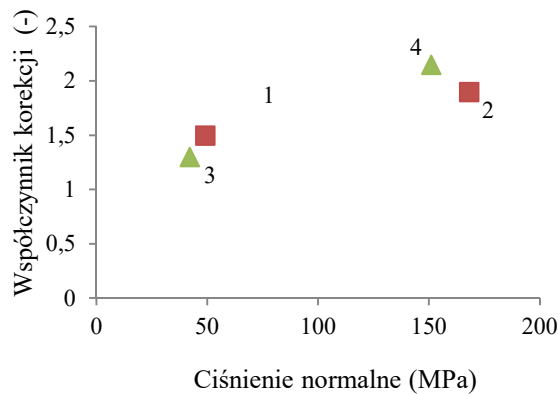
Również w pozostałych przypadkach, tzn. 2–4, zaprezentowanych w tab. 5.3, współczynniki korekcji obliczono z wykorzystaniem symulacji komputerowych. Wartości współczynnika korekcji dla tych trzech przypadków mieszczą się w zakresie od 1,3 do 2,15, co zaprezentowano w tab. 5.5. Po sprawdzeniu okazało się, że wartości te są niezależne od przyjętego współczynnika tarcia.

Tabela 5.5. Wartości współczynnika korekcji  $\alpha$

Przypadek	$\alpha$
1	1,5
2	1,9
3	1,3
4	2,15

Cztery omawiane przypadki (patrz tab. 5.3 i 5.5) podzielono ze względu na prędkość poślizgu: przypadki 1 i 2 odpowiadają mniejszym prędkościom, natomiast przypadki 3 i 4 – większym. Można je również podzielić ze względu na występujące ciśnienie normalne: przypadki 1 i 3 odpowiadają mniejszym wartościom ciśnienia normalnego, a 2 i 4 – większym (patrz tab. 5.3).

Na rysunku 5.11 przedstawiono wpływ ciśnienia normalnego  $P_0$  na wartość współczynnika korekcji  $\alpha$ . Zaprezentowano na nim również niewielką różnicę między wartościami współczynnika korekcji  $\alpha$ , zależną od prędkości poślizgu  $V_0$ .



Rys. 5.11. Wpływ ciśnienia normalnego  $P_0$  na wartość współczynnika korekcji  $\alpha$

Zaprezentowana analiza umożliwiła określenie pełnego zestawu współczynników korekcji niezależnych od współczynnika tarcia, które następnie zastosowano w analizie eksperymentów laboratoryjnych w badanym zakresie wartości ciśnienia i prędkości poślizgu. Co najważniejsze, współczynniki te mogą być stosowane w oryginalnej metodzie (wykorzystuje się jeden punkt pomiarowy), dzięki czemu nie ma potrzeby modyfikacji aparatury pomiarowej. Wydaje się, że w przypadkach pośrednich jest możliwe obliczenie współczynnika korekcji z użyciem interpolacji, jednak sugeruje się, aby w celu weryfikacji wyników stosować wówczas symulację komputerową (Jankowiak i in. 2016).

W prezentowanej analizie wykazano błędne określenie wartości współczynnika tarcia dynamicznego, przy czym błąd wynosił od 30% (przypadek 3) do 115% (przypadek 4) (Jankowiak i in. 2016). Identyczna sytuacja może występować w eksperymentach laboratoryjnych. Zatem współczynniki korekcji podane w tab. 5.5 mogą być zastosowane również podczas analizy wyników eksperymentów, co wykazano w podrozdziale 5.3.

### 5.3. Dynamiczny współczynnik tarcia

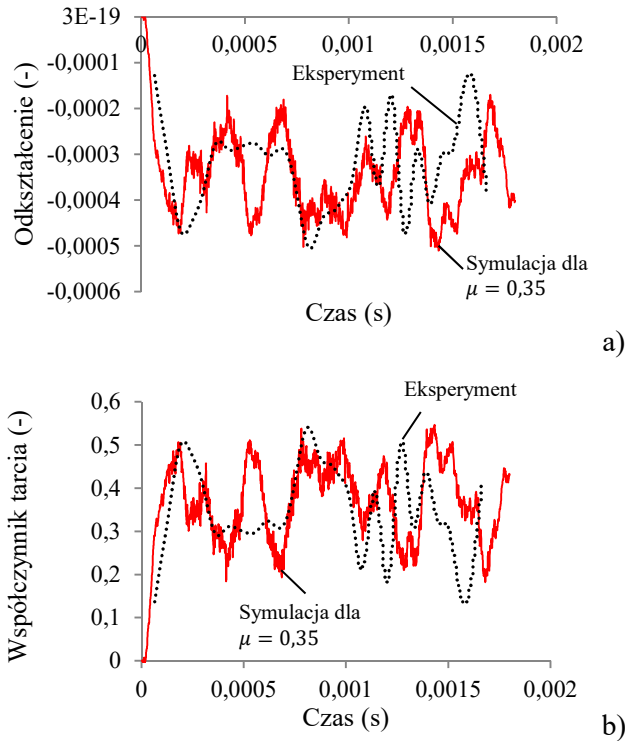
Analiza wyników badań eksperymentalnych doprowadziła do określenia dynamicznych współczynników tarcia dla przypadków 1, 2, 3 i 4, odpowiednio: 0,23, 0,2, 0,15 i 0,1. Po zastosowaniu współczynników korekcji przyjmują one wartości 0,35, 0,36, 0,19 i 0,22 (patrz tab. 5.6).

Tabela 5.6. Skorygowane wartości współczynnika tarcia (eksperymenty)

Przypadek	$\mu_{\text{old}}^{\text{exp}}$	$\mu_{\text{new}}^{\text{exp}}$
1	0,23	0,35
2	0,2	0,36
3	0,15	0,19
4	0,1	0,22

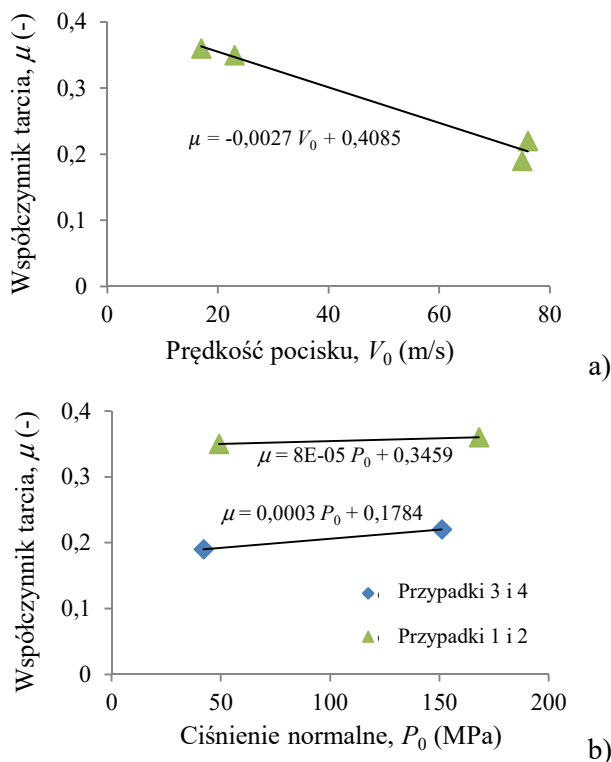
Przykładowy przebieg zmiany odkształcenia w punkcie pomiarowym, zarejestrowany na podstawie eksperymentu oraz symulacji komputerowej dla współczynnika tarcia  $\mu = 0,35$ , przedstawiono na rys. 5.12a. Na rysunku 5.12b zaprezentowano przebieg zmiany współczynnika tarcia dynamicznego w trakcie eksperymentu i podczas symulacji po zastosowaniu współczynnika korekcji  $\alpha = 1,5$ . Zarówno w eksperymencie, jak i w symulacji wartość średnia współczynnika tarcia  $\mu = 0,35$  (patrz tab. 5.6).





Rys. 5.12. Porównanie wyników symulacji komputerowej oraz eksperymentu – przypadek 1: a) odkształcenie w punkcie pomiarowym, b) współczynnik tarcia dynamicznego

Kolejnym analizowanym zagadnieniem był wpływ ciśnienia normalnego oraz prędkości pocisku na współczynnik tarcia dynamicznego. Na rysunku 5.13a zaprezentowano wpływ początkowej prędkości uderzenia pocisku  $V_0$  na współczynnik tarcia  $\mu$  w czterech rozpatrywanych przypadkach wraz z liniową funkcją aproksymującą:  $\mu = -0,0027V_0 + 0,4085$ . Współczynnik tarcia określono na podstawie eksperymentu, jednak z uwzględnieniem tylko tej części sygnału, podczas której dochodziło do kontaktu pomiędzy próbką a pierścieniem dynamometrycznym. Na rysunku 5.13b zilustrowano również wpływ ciśnienia normalnego  $P_0$  na współczynnik tarcia  $\mu$ . Jak widać, w badanym zakresie ( $P_0, V_0$ ) prędkość pocisku  $V_0$  ma dominujący wpływ na wartość współczynnika tarcia, a wpływ ciśnienia normalnego  $P_0$  jest znacznie mniejszy.

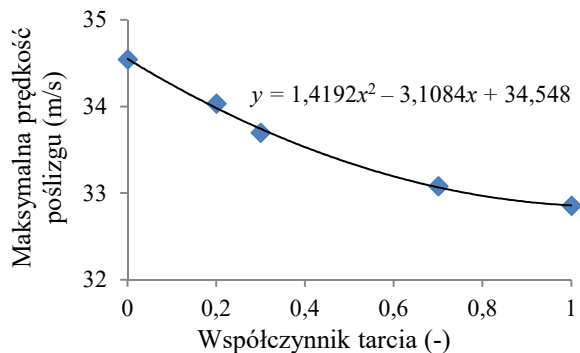


Rys. 5.13. Wartości współczynnika tarcia  $\mu$  w zależności od: a) prędkości pocisku  $V_0$ , b) ciśnienia normalnego  $P_0$

#### 5.4. Prędkość poślizgu

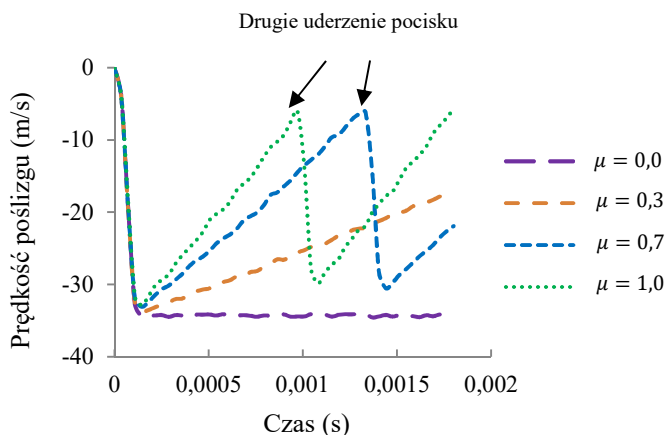
W dotychczasowych eksperymentach (Jankowiak i in. 2016, Sutter i in. 2014) mierzono za pomocą czujnika laserowego jedynie początkową prędkość pocisku przy założeniu, że prędkość poślizgu  $V_S$  jest równa prędkości początkowej pocisku  $V_0$ . Próbką, która ma masę mniejszą niż pocisk, rozpędza się do prędkości większej niż  $V_0$ , tzn. prędkość  $V_S^{\max}$  jest większa niż  $V_0$ , a prędkość pocisku maleje zgodnie z zasadą zachowania pędu. Na próbkę poruszającą się z prędkością  $V_S^{\max}$  działa siła tarcia, która zmniejsza prędkość poślizgu. A zatem prędkość poślizgu nie jest stała. Zaprezentowana w tym podrozdziale metoda wyznaczania przebiegu jej zmian jest oparta na symulacjach komputerowych. Jako wzorcowy przyjęto przypadek 1 (patrz tab. 5.3). Prędkość pocisku w chwili uderzenia w próbkę była równa 23 m/s. Uderzenie rozpędzało próbkę do prędkości większej niż 23 m/s. Na skutek siły tarcia, która jest wprost proporcjonalna do siły normalnej oraz zależna od współczynnika tarcia, prędkość próbki się zmniejszała. Oczywiście, gdy współczynnik tarcia był równy 0, prędkość próbki

była stała i równa 34,5 m/s. Początkowa prędkość poślizgu  $V_S^{\max}$  była zależna od współczynnika tarcia, co zaprezentowano na rys. 5.14.



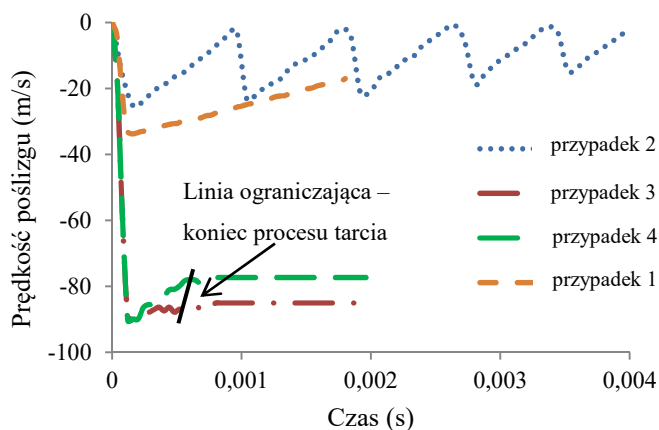
Rys. 5.14. Maksymalna prędkość poślizgu  $V_S^{\max}$  w funkcji współczynnika tarcia  $\mu$  przy prędkości początkowej pocisku  $V_0 = 23$  m/s

Na rysunku 5.15 przedstawiono zmiany prędkości poślizgu w czasie w zależności od wartości współczynnika tarcia. Widać na nim również, że w przypadku dużego współczynnika tarcia jest możliwe ponowne uderzenie pocisku w próbkę i ponowne jego rozpędzenie ( $\mu = 0,7$  i  $\mu = 1,0$ ). Istnieje możliwość wystąpienia kilku uderzeń, jednak zależy to bezpośrednio od długości próbki, mającej wpływ na całkowity czas poślizgu, po którym próbka mija pierścień dynamometryczny.



Rys. 5.15. Zmiana prędkości poślizgu  $V_S$  w zależności od współczynnika tarcia  $\mu$  (przypadek 1)

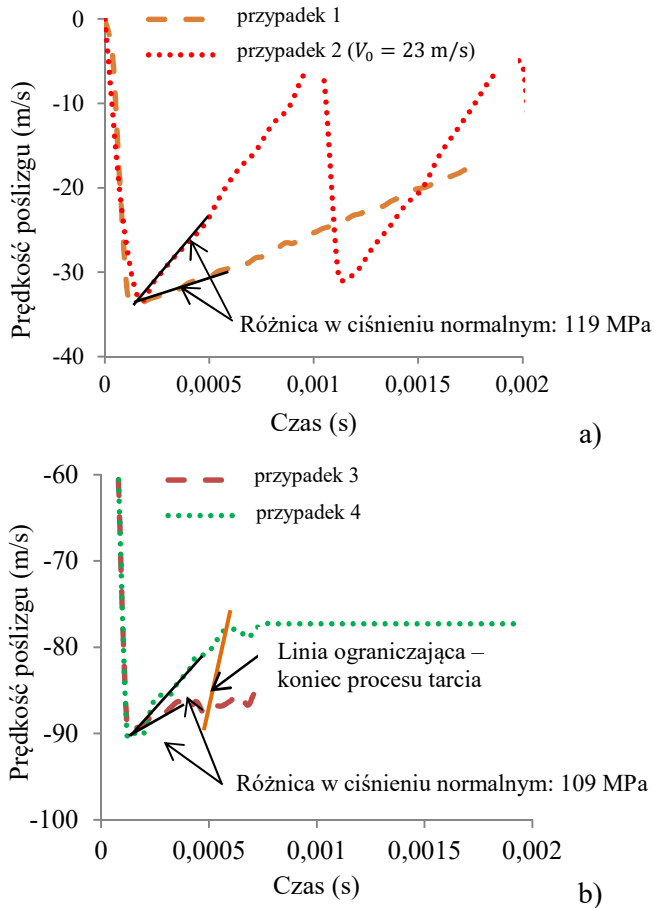
Zmiany prędkości poślizgu przeanalizowano z uwzględnieniem wszystkich przypadków przedstawionych w tab. 5.3 i stałego współczynnika tarcia  $\mu = 0,3$ . Interesujący był przypadek 2, w którym występowały mała prędkość uderzenia  $V_0 = 17 \text{ m/s}$  oraz duże ciśnienie normalne  $P_0 = 168 \text{ MPa}$ . Podobnie jak w przypadku dużych współczynników tarcia – wysokie ciśnienie zwiększało siłę tarcia, co z kolei powodowało szybsze zmniejszenie prędkości poślizgu. W rozpatrywanym przypadku 2 prędkość poślizgu była najmniejsza, a długość próbki, od której zależy całkowity czas poślizgu, była stała. A zatem czas poślizgu był stosunkowo długi, co stanowiło przyczynę charakterystycznej skokowej zmienności funkcji (patrz rys. 5.16).



Rys. 5.16. Prędkość poślizgu w czterech rozważanych przypadkach przy stałym współczynniku tarcia  $\mu = 0,3$

Podczas symulacji pocisk uderzał w próbkę pięć razy, a prędkość poślizgu zmniejszała się po każdym kolejnym uderzeniu. W przypadkach 3 i 4, w których występowały duże prędkości uderzenia, próbka przesuwiała się po pierścieniu dynamometrycznym, a za czarną linią ograniczającą mijała pierścień, po czym następował koniec procesu tarcia. Wynika stąd, że analizie należy podać tylko tę część sygnału, która na rys. 5.16 znajduje się przed linią ograniczającą. Te spostrzeżenia uwzględniono przy obliczaniu rzeczywistych współczynników tarcia dynamicznego.

W celu analizy wpływu ciśnienia normalnego na prędkość poślizgu uwzględniono przypadek 2, w którym prędkość uderzenia  $V_0$  zwiększono do  $23 \text{ m/s}$  (patrz rys. 5.17). Identyczna prędkość uderzenia występowała w przypadku 1, co pozwoliło zilustrować wpływ ciśnienia normalnego na zmianę prędkości poślizgu. Wykazano, że gdy prędkość uderzenia była stała, zmieniała się wyłącznie prędkość hamowania (opóźniania) pocisku (patrz rys. 5.17).



Rys. 5.17. Wpływ ciśnienia normalnego  $P_0$  na prędkość poślizgu dla: a) małej prędkości pocisku, b) dużej prędkości pocisku (patrz tab. 5.3)

Na rysunku 5.17b przedstawiono zmianę prędkości poślizgu przy większej prędkości uderzenia pocisku (75 m/s i 76 m/s) (przypadki 3 i 4). Jak widać, zmniejszenie prędkości poślizgu następowało szybciej, gdy wartość ciśnienia normalnego była większa (przypadek 4). Jednak w obu przypadkach po przejściu całej próbki przez pierścień jej prędkość pozostawała stała (patrz linia ograniczająca na rys. 5.17b). Zaprezentowana analiza umożliwiła prawidłowe określenie prędkości poślizgu i w efekcie zaproponowanie prawa tarcia, w którym zostały uwzględnione zarówno prędkość poślizgu, jak i ciśnienie normalne.

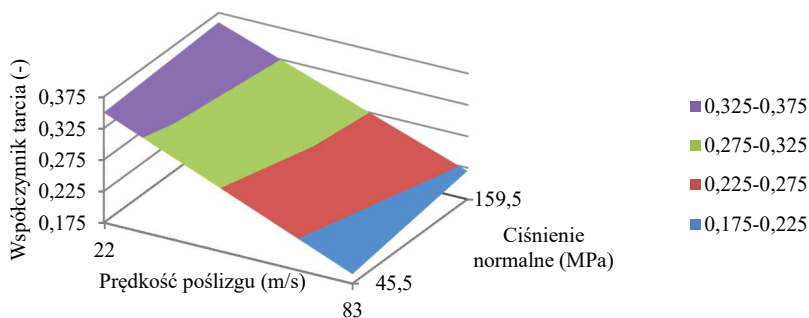
## 5.5. Prawo tarcia

Z wykorzystaniem danych zaprezentowanych w tab. 5.7 i na rys. 5.18 przedstawiono graficznie prawo tarcia uwzględniające wpływ ciśnienia normalnego  $P_0$  i prędkości poślizgu  $V_S$  na wartość współczynnika tarcia  $\mu$ . Dokonano aproksymacji jego wartości w przestrzeni  $(P_0, V_S)$  za pomocą powierzchni płaskiej. Parametry powierzchni aproksymującej zidentyfikowano za pomocą metody najmniejszych kwadratów. W związku z tym prawo tarcia  $\mu(P_0, V_S)$  przedstawiono w następującej postaci:

$$\mu(P_0, V_S) = 0,391 + 0,000175P_0 - 0,0024V_S. \quad (5.5)$$

Tabela 5.7. Dane wykorzystane do wyznaczenia prawa tarcia

		$V_S$ (m/s)	
		22	83
$P_0$ (MPa)	45,5	0,35	0,19
	159,5	0,36	0,22



Rys. 5.18. Interpretacja graficzna prawa tarcia wyrażonego równaniem (5.5)

Zależność współczynnika tarcia od ciśnienia normalnego oraz od prędkości poślizgu jest ważnym czynnikiem w wielu analizach numerycznych. Ustalono, że współczynnik tarcia  $\mu$  zmniejsza się wraz ze wzrostem prędkości poślizgu  $V_S$  oraz zwiększa się wraz ze wzrostem ciśnienia normalnego  $P_0$ , przy czym

---

wrażliwość na zmianę prędkości poślizgu jest znacznie większa niż drażliwość na zmianę ciśnienia normalnego (patrz współczynniki w równaniu (5.5)). Dzięki zaprezentowanej w tym podrozdziale analizie tarcia dynamicznego jest możliwe przeprowadzenie realistycznych symulacji wielu procesów dynamicznych, również tych, które były rozpatrywane w niniejszej monografii.





## Zakończenie

W monografii zaprezentowano sposoby wykorzystania metod eksperymentalnych i numerycznych w celu określenia dynamicznego zachowania materiałów i konstrukcji oraz ich wytrzymałości. Analizę oparto na wynikach wybranych testów laboratoryjnych: (1) testu dynamicznego ściskania z użyciem pręta Hopkinsona, (2) testu Taylora, (3) testu balistycznego, (4) testu dynamicznego rozciągania z użyciem pręta Hopkinsona, (5) badania dynamicznego współczynnika tarcia.

Wymienione eksperymenty służą do określenia wybranych właściwości materiałów, których znajomość umożliwia symulację dynamicznego zachowania złożonych konstrukcji poddanych obciążeniom wyjątkowym (impulsowym), takim jak uderzenia czy wybuchy.

Najważniejszym osiągnięciem stanowiącym wynik przedstawionej analizy eksperymentalno-numerycznej było wskazanie czynników, które należy wziąć pod uwagę podczas testu ściskania dynamicznego z użyciem pręta Hopkinsona, oraz opis sposobu ich uwzględnienia w analizie wyników eksperymentu. Porównując wyniki zastosowania dwóch metod – eksperymentalnej i numerycznej – wykazano, które czynniki w istotny sposób wpływają na wyniki testu (np. tarcie), a które mają mniejsze znaczenie (np. warstwowa budowa próbki). Ponadto porównano różne metody analizy wyników testu Taylora. Wykazano, że eksperyment ten mimo prostoty może służyć do określania dynamicznych właściwości materiałów. Wykorzystując obie metody badawcze, udowodniono, że z użyciem jednych równań uzyskuje się prawidłowe wyniki, a z użyciem innych uzyskuje się wyniki błędne. Zaprezentowano również szczegółowo sposób prowadzenia testów balistycznych. Z wykorzystaniem dwóch metod badawczych przeanalizowano problem przebijania blach cienkich przez sztywne pociski o różnych kształtach frontu. Istotnym etapem analizy było określenie siły uderzenia. Wykazano, że siła uderzenia mierzona za pomocą czujników piezoelektrycznych zależy od warunków brzegowych oraz od sposobu zamocowania przebijanej konstrukcji, a nie, jak zakładano w początkowej fazie badań, wyłącznie od właściwości materiału, z którego wykonano blachę. Zakwestionowano więc taki sposób pomiaru siły uderzenia. Przedstawiono sposób określania dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie materiałów kruchych. Udowodniono konieczność wykorzystania symulacji komputerowych w analizie wyników eksperymentów w celu zapewnienia rzetelności wyników. Przeanalizowano wpływ geometrii oraz konfiguracji prętów na prędkość odkształcenia, czas zniszczenia i wytrzymałość dynamiczną. Zaprezentowano także uproszczony sposób analizy propagacji i interakcji fal w omawianym teście i jego wyniki porównano zarówno z wynikami symulacji komputerowej, jak i eksperymentu. Dokładnie przeanalizowano metodę określania współczynnika tarcia dynamicznego z wykorzystaniem specjalnego trybometru, stosowaną w przypadku dużego ciśnienia

kontaktowego oraz znacznej prędkości poślizgu. Zastosowanie dwóch metod badawczych – eksperymentalnej i numerycznej – umożliwiło weryfikację założeń oryginalnej metody wyznaczania współczynnika tarcia dynamicznego oraz zaproponowanie metody zmodyfikowanej, a także metody korekcji, służącej do prawidłowego ustalenia współczynnika tarcia dynamicznego.

Na podstawie analizy teoretycznej i eksperymentalno-numerycznej oraz interpretacji zaprezentowanego materiału badawczego można sformułować kilka wniosków końcowych.

Pierwszy dotyczy metod badawczych stosowanych w naukach inżynierskich. Podczas eksperymentów laboratoryjnych, szczególnie dynamicznych, niezbędne jest wykonanie symulacji komputerowych z jednoczesną wnikliwą analizą badanego zjawiska. Może to uchronić badacza lub inżyniera przed sformułowaniem błędnych wniosków lub nadinterpretacją wyników. Ponadto symulacje komputerowe umożliwiają dokładniejsze zrozumienie procesów dynamicznych. Takie podejście wymaga jednak doświadczenia i wiedzy z dziedziny inżynierii oraz mechaniki materiałów i konstrukcji.

Wniosek drugi odnosi się do wiedzy stricte z dziedziny budownictwa, z obszaru projektowania budowli bezpiecznych i optymalnych pod względem ekonomicznym. Wiedza na temat dynamicznych właściwości materiałów jest niezbędna do poznania odpowiedzi konstrukcji poddanej wyjątkowym obciążeniom, występującym na przykład podczas ataków terrorystycznych. Prowadzenie badań laboratoryjnych na złożonych konstrukcjach lub budowlach jest zazwyczaj zbyt kosztowne i nawet najbogatsze państwa czy firmy dążą do zmniejszenia ich liczby. Ogranicza się więc budowę prototypów, które ulegają zniszczeniu w trakcie badań. W związku z tym w celu precyzyjnego określenia właściwości materiałów można stosować eksperymenty numeryczne oraz dogłębnie analizować ich wyniki.

Wniosek trzeci dotyczy prowadzenia studiów inżynierskich, podczas których należy zwracać szczególną uwagę na treści kształcenia dotyczące prowadzenia eksperymentów numerycznych. Ma to na celu wyposażenie studentów w wiedzę i umiejętności w zakresie określania dynamicznego zachowania materiałów i wykonanych z nich konstrukcji. Ze względu na obecne wyzwania projektowe słaba znajomość tego obszaru wiedzy może uniemożliwić optymalne projektowanie budowli czy konstrukcji. Autor ma nadzieję, że zaprezentowana metodologia badań umożliwi planowanie lepszych eksperymentów dynamicznych i zapewni uzyskanie dokładniejszych wyników dzięki zastosowaniu symulacji komputerowych.

Aby zapewnić postęp we wszystkich wymienionych obszarach (naukowym, techniczno-ekonomicznym i edukacyjnym), należy rozwijać wiedzę na temat właściwości dynamicznych materiałów i konstrukcji oraz pogłębiać znajomość ograniczeń stosowanych metod, zarówno eksperymentalnych, jak i numerycznych.

## Literatura

- Abaqus User's Manual 6.14 (2015), Dassault Systemes SIMULIA Corporation, Providence, RI, USA.
- Abed F.H., Voyiadjis G.Z. (2007), Thermodynamic consistent formulations of viscoplastic deformations in FCC metals, *Journal of Engineering Mechanics*, 133, 1, 76-86.
- Abed F., Jankowiak T., Rusinek A. (2015), Verification of a thermoviscoplastic constitutive relation for brass material using Taylor's test, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 137, 4, 041005-04100510.
- Akopov F., Bragov A.M., Demenko P., Kruszka L., Lomunov A.K., Mineev V., Sergeichev L.V. (2003), Static and dynamic response of ceramics and zirconium alumina concrete materials, *Journal de Physique IV*, 110, 231-236.
- Alavi Nia A., Hoseini G.R. (2011), Experimental study of perforation of multi-layered targets by hemispherical-nosed projectiles, *Materials and Design*, 32, 2, 1057-1065.
- Albertini C., Montagnani M. (1994), Study of the true tensile stress-strain diagram of plain concrete with real size aggregate; need for and design of a large Hopkinson bar bundle, *Journal de Physique IV*, 4, C8-113–C8-118.
- Alexander D.J., Beyerlein I.J. (2005), Anisotropy in mechanical properties of high-purity copper processed by equal channel angular extrusion, *Materials Science and Engineering A*, 410-411, 480-484.
- Archard J.F. (1953), Contact and rubbing of flat surfaces, *Journal of Applied Physics*, 24, 981-988.
- Arias A., Rodríguez-Martínez J.A., Rusinek A. (2008), Numerical simulations of impact behaviour of thin steel to cylindrical, conical and hemispherical non-deformable projectiles, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 1635-1656.
- Atkins A.G., Afzal Khan M., Liu J.H. (1998), Necking and radial cracking around perforations in thin sheets at normal incidence, *International Journal of Impact Engineering*, 21, 7, 521-539.
- Avitzur B. (1964), Forging of hollow discs, *Israel Journal of Technology*, 2, 295-304.
- Baranowski P., Janiszewski J., Małachowski J. (2014), Study on computational methods applied to modelling of pulse shaper in split – Hopkinson bar, *Archives of Mechanics*, 66, 6, 429-452.
- Bazle A.G., Sergey L.L., John W.G. (2004), Hopkinson bar experimental technique: A critical review, *Applied Mechanics Reviews*, 57, 223-250.
- Bektaş N.B., Ağır İ. (2013), Impact response of composite plates manufactured with stitch-bonded non-crimp glass fiber fabrics, *Science and Engineering of Composite Materials*, 21, 1, 111-120.

- Bell J.F. (1968), *The Physics of Large Deformation of Crystalline Solids*, Springer, Berlin, 1-263.
- Bell J.F. (1973), *The experimental foundations of solid mechanics*, Springer, Berlin.
- Belytschko T., Liu W.K., Moran B. (2000), *Nonlinear finite elements for continua and structures*, Wiley, Chichester, 1-666.
- Benson D.J. (1992), *Computational Methods in Lagrangian and Eulerian Hydrocodes*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 99, 235-394.
- Bhattacharyya A., Rittel D., Ravichandran G. (2005), Effect of strain rate on deformation texture in OFHC copper, *Scripta Materialia*, 52, 657-661.
- Borodin E.N., Mayer A.E. (2015), Structural model of mechanical twinning and its application for modeling of the severe plastic deformation of copper rods in Taylor impact tests, *International Journal of Plasticity*, 74, 141-157.
- Borvik T., Langseth M., Hopperstad O.S., Malo K.A. (2002a), Perforation of 12 mm thick steel plates by 20 mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses, Part 1: Experimental study, *International Journal of Impact Engineering*, 27, 19-35.
- Borvik T., Langseth M., Hopperstad O.S., Malo K.A. (2002b), Perforation of 12 mm thick steel plates by 20 mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses, Part 2: Numerical study, *International Journal of Impact Engineering*, 27, 37-64.
- Borvik T., Hopperstad O.S., Langseth M., Malo K.A. (2003), Effect of target thickness in blunt projectile penetration of Weldox 460 E steel plates, *International Journal of Impact Engineering*, 28, 413-464.
- Bouزيد S., Nyoungue A., Azari Z., Bouaouadja N., Pluinage G. (2001), Fracture criterion for glass under impact loading, *International Journal of Impact Engineering*, 25, 831-845.
- Bowden F.P., Freitag E.H. (1958), The friction of solids at very high speeds, I: Metal on metal; II: Metal on diamond, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 248, 1254, 350-367.
- Bowden F.P., Moore A.J.W., Tabor D. (1943), The ploughing and adhesion of sliding metals, *Journal of Applied Physics*, 14, 80-91.
- Briscoe B.J., Hutchings I.M. (1976), Impact yielding of high density polyethylene, *Polymer*, 17, 12, 1099-1102.
- Briscoe B.J., Hutchings I.M. (1978), Impact yielding of high density polyethylene, *Polymer*, 19, 9, 1110.
- Campbell J. (1953), The dynamic yielding of mild steel, *Acta Metallurgica*, 1, 706-710.
- Chen W., Song B. (2011), *Split Hopkinson (Kolsky) Bar. Design, Testing and Applications*, Springer, New York, 1-388.
- Chen X.W., Huang X.L., Liang G.J. (2011), Comparative analysis of perforation models of metallic plates by rigid sharp-nosed projectiles, *International Journal of Impact Engineering*, 38, 613-621.

- Chen J.J., Guo B.Q., Liu H.B., Liu H., Chen P.W. (2014), Dynamic Brazilian Test of Brittle Materials Using the Split Hopkinson Pressure Bar and Digital Image Correlation, *Strain*, 50, 6, 563-570.
- Committee on Opportunities in Protection Materials Science and Technology for Future Army Applications National Research Council (2011), *Opportunities in Protection Materials Science and Technology for Future Army Applications*.
- Couque H., Walley S., Lichtenberger A., Chartagnac P., Dormeval R., Petit J. (2001), Test recommendation: Dynamic compression testing using Taylor test, DYMAT, Arceuil, France.
- Cristol-Bulthe A.L., Desplanques Y., Degallaix G. (2007), Coupling between friction physical mechanisms and transient thermal phenomena involved in pad-disc contact during railway braking, *Wear*, 263, 7-12, 1230-1242.
- Davies R.M. (1948), A critical study of Hopkinson pressure bar, *Philosophical Transactions A*, 240, 375-457.
- Davies E.D.H., Hunter S.C. (1963), The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson pressure bar, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, 155-179.
- Deng Z., Xie R., Yan Y., Li S., Huang X. (2008), Temperature in high temperature SHPB experiments, *Transactions of Tianjin University*, 14, 536-539.
- Desmorat R., Chambart M., Gatuingt F., Guilbaud D. (2010), Delay-active damage versus non-local enhancement for anisotropic damage dynamics computations with alternated loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 77, 2294-2315.
- Dey S., Borvik T., Hopperstad O.S., Leinum J.R., Langseth M. (2004), The effect of target on the penetration of steel plates using three different projectile nose shapes, *International Journal of Impact Engineering*, 30, 1005-1038.
- Dharan C.K.M., Hauser F.E. (1970), Determination of stress-strain characteristic at very high strain rates, *Experimental Mechanics*, 10, 370-376.
- Erlich D.C. (1985), Rod impact (Taylor) test, in: *Metals Handbook*, Vol. 8, 9th ed., Metals Park, American Society of Metals, Ohio, 203-207.
- Erlich D.C., Shockey D.A., Seaman L. (1982), Symmetric rod impact technique for dynamic yield determination, in: *AIP Conference Proceedings*, 78, American Institute of Physics, New York, 402-406.
- Erzar B., Forquin P. (2011), Experiments and mesoscopic modeling of dynamic testing of concrete, *Mechanics of Materials*, 43, 505-527.
- Espinosa H.D., Patanella A., Fischer M. (2000), A novel dynamic friction experiment using a modified Kolsky bar apparatus, *Experimental Mechanics*, 40, 138-153.
- Field J.E., Proud W.G., Walley S.M., Goldrein H.T. (2001), Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies, in: *New experimental methods in material dynamics and impact*, red. W.K. Nowacki, J.R. Klepaczko, Vol. 3: Trends in mechanics of materials, 109-177.

- Fraś T., Rusinek A., Pęcherski R.B., Bernier R., Jankowiak T. (2014), Analysis of friction influence on material deformation under biaxial compression state, *Tribology International*, 80, 14-24.
- Garcia-Gonzalez D., Rusinek A., Jankowiak T., Arias A. (2015), Mechanical impact behavior of polyether-ether-ketone (PEEK), *Composite Structures*, 124, 88-99.
- Gellert E.P., Cimpoeu S.J., Woodward R.L. (2000), A study of the effect of target thickness on the ballistic perforation of glass-fibre-reinforced plastic composites, *International Journal of Impact Engineering*, 24, 445-456.
- Glema A., Łodygowski T., Sumelka W. (2010), Towards the Modelling of Anisotropic Solids, *Computational Methods in Science and Technology*, 16, 1, 73-84.
- Gray III G.T. (2000), Classic split Hopkinson pressure bar testing, *ASM Handbook*, 8, Mechanical Testing and Evaluation, ASM International, 62-476.
- Green A.E., Adkins J.E. (1960), Large elastic deformations and non-linear continuum mechanics, Clarendon Press, Oxford.
- Greenwood J.A., Tabor D. (1955), Deformation properties of friction junctions, in: *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 68, 9, 609-619.
- Gust W.H. (1982), High impact deformation of metal cylinders at elevated temperatures, *Journal of Applied Physics*, 53, 3566-3575.
- Hauser F.E. (1966), Techniques for measuring stress-strain relations at high strain rates, *Experimental Mechanics*, 6, 395-402.
- Hauser F.E., Simmons J.A., Dorn J.E. (1961), Strain rate effects in plastic wave propagation, in: *Response of Metals to High Velocity Deformation*, *Proceedings Metallurgical Soc. Conf.*, Interscience, red. P.G. Shewmon, V.F. Zackay, New York, 93-114.
- Hockauf M., Meyer L.W., Pursche F., Diestel O. (2007), Dynamic perforation and force measurement for lightweight materials by reverse ballistic impact, *Composites: Part A*, 38, 849-857.
- ISRM (1978), Suggested methods for determining tensile strength of rock materials, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 15, 3, 99-103.
- Iwamoto T., Yokoyama T. (2012), Effects of radial inertia and end friction in specimen geometry in split Hopkinson pressure bar tests: A computational study, *Mechanics of Materials*, 51, 97-109.
- Janiszewski J. (2012), *Badania materiałów inżynierskich w warunkach obciążenia dynamicznego*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 1-275.
- Jankowiak T. (2011), Kryteria zniszczenia betonu poddanego obciążeniom quasi-statycznym i dynamicznym, *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, Poznań, 1-137.
- Jankowiak T., Łodygowski T. (2013), Smoothed particle hydrodynamics versus finite element method for blast impact, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, 61, 1, 111-121.

- Jankowiak T., Łodygowski T. (2014), Plasticity Conditions and Failure Criteria for Quasi-brittle Materials, in: Handbook of Damage Mechanics, red. G.Z. Voyiadjis, Springer, New York, 1221-1251.
- Jankowiak T., Klepaczko J.R., Łodygowski T. (2006), Numerical modeling of the wave propagation and interaction in bars, Foundations of Civil and Environmental Engineering, 7, 187-199.
- Jankowiak T., Rusinek A., Łodygowski T. (2011), Validation of the Klepaczko-Malinowski model for friction correction and recommendations on Split Hopkinson Pressure Bar, Finite Elements in Analysis and Design, 47, 1191-1208.
- Jankowiak T., Rusinek A., Wood P. (2013), A numerical analysis of the dynamic behavior of sheet steel perforated by a conical projectile under ballistic conditions, Finite Elements in Analysis and Design, 65, 39-49.
- Jankowiak T., Rusinek A., Wood P. (2013), Comments on paper: 'Glass damage by impact spallation' by A. Nyoungue et al., Materials Science and Engineering A, 407 (2005) 256-264, Materials Science & Engineering A, 564, 206-212.
- Jankowiak T., Rusinek A., Kpenyigba K.M., Pesci R. (2014), Ballistic behavior of steel sheet subjected to impact and perforation, Steel and Composite Structures, 16, 6, 595-609.
- Jankowiak T., Rusinek A., List G., Sutter G., Abed F. (2016), Numerical analysis for optimizing the determination of dynamic friction coefficient, Tribology International, 95, 86-94.
- Johnson G.R., Cook W.H. (1983), A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, in: Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistics, 541-547.
- Johnson G.R., Cook W.H. (1985), Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain rates, Temperatures and Pressures, Engineering Fracture Mechanics, 21, 1, 31-48.
- Jones S.E., Drinkard J.A., Rule W.K., Wilson L.L. (1998), An elementary theory for the Taylor impact test, International Journal of Impact Engineering, 21, 1-13.
- Julien R., Jankowiak T., Rusinek A., Wood P. (2016), Taylor's Test Technique for Dynamic Characterization of Materials: Application to Brass, Experimental Techniques, 40, 1, 347-355.
- Kachanov L.M. (1976), Brittle fracture of a rod under longitudinal impact, Engineering Fracture Mechanics, 8, 255-259.
- Kajberg J., Sundin K.-G. (2013), Material characterisation using high-temperature Split Hopkinson pressure bar, Journal of Materials Processing Technology, 213, 522-531.
- Khan W.U., Ansari R., Gupta N.K. (2003), Oblique Impact of Projectile on Thin Aluminium Plates, Defence Science Journal, 53, 2, 139-146.

- Kii N., Iwamoto T., Rusinek A., Jankowiak T. (2014), A Study on Reduction of Friction in Impact Compressive Test Based on The Split Hopkinson Pressure Bar Method by Using a Hollow Specimen, *Applied Mechanics and Materials*, 566, 548-553.
- Klepaczko J.R. (1971), Zmodyfikowany pręt Hopkinsona, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana*, 4, 9, 479-497.
- Klepaczko J.R. (1982), Discussion of a new experimental-method in measuring fracture-toughness initiation at high loading rates by stress waves, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 104, 29-35.
- Klepaczko J.R. (2007), Introduction to experimental techniques for materials testing at high strain rates, Institute of Aviation, Scientific Publications Group, Warsaw, 26.
- Klepaczko J.R., Brara A. (2001), An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling, *International Journal of Impact Engineering*, 25, 387-409.
- Klepaczko J.R., Malinowski J.Z. (1977), Dynamic frictional effects as measured from the Split Hopkinson Pressure Bar, in: *High Velocity Deformation of Solids*, IUTAM Symposium, Tokyo, Japan, Springer-Verlag, Berlin, 403-416.
- Klepaczko J.R. (1990), Dynamic crack initiation. Some experimental methods and modelling, in: *Crack dynamics in metallic materials*, red. J.R. Klepaczko, CISM, Series B, 310, Springer, Vienna, 255-453.
- Kolsky H. (1949), An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading, in: *Proceedings of the Physical Society*, 62B, 676-700.
- Kolsky H., Douch L.S. (1962), Experimental studies in plastic wave propagation, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 10, 195-223.
- Kpenyigba K.M., Jankowiak T., Rusinek A., Pesci R. (2013), Influence of projectile shape on dynamic behavior of steel sheet subjected to impact and perforation, *Thin-Walled Structures*, 65, 93-104.
- Kpenyigba K.M., Jankowiak T., Rusinek A., Pesci R., Wang B. (2015), Effect of projectile nose shape on ballistic resistance of interstitial-free steel sheets, *International Journal of Impact Engineering*, 79, 83-94.
- Krafft J.M., Sullivan A.M., Tipper C.F. (1954), The effect of static and dynamic loading and temperature on the yield stress of iron and mild steel in compression, in: *Proceedings of the Royal Society, London*, A221, 114-127.
- Kruszka L., Nowacki W.K. (1995), Thermoplastic analysis of normal impact of long cylindrical specimen: experiment and comparison with the numerical calculation, *Journal of Thermal Stresses*, 18, 3, 313-334.
- Kruszka L., Nowacki W.K. (1996), New applications of the Hopkinson pressure bar technique to determining dynamic behaviour of materials, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 34, 2, 259-280.
- Kuhn H., Medlin D. (red.) (2000), *Mechanical testing and evaluation*, ASM Handbook, 8, ASM International.



- Landkof B., Goldsmith W. (1993), Petaling of thin, metallic plates during penetration by cylindrical-conical projectiles, *International Journal of Solids and Structures*, 21, 245-266.
- Landron C., Maire E., Adrien J., Bouaziz O. (2011), Damage characterization in Dual-Phase steels using X-ray tomography, in: *Optical Measurements, Modeling, and Metrology*, red. T. Proulx, Part of the series *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, 5, 11-18.
- Li Q., Meng H. (2003), About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in split Hopkinson pressure bar test, *International Journal of Solids and Structures*, 40, 343-360.
- Lichtenberger A., Gary G., Dodd B., Couque H., Kammerer C., Naulin G. (1999), Test recommendation: Dynamic compression testing using the split Hopkinson pressure bar, *DYMAT*, Saint Louis, France.
- Lindholm U.S. (1964), Some experiments with the split Hopkinson pressure bar, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 12, 317-335.
- List G., Sutter G., Arnoux J.J. (2013), Analysis of the high speed sliding interaction between titanium alloy and tantalum, *Wear*, 301, 1-2, 663-670.
- Litoński J. (1977), Plastic flow of a tube under adiabatic torsion, *Biuletyn Polskiej Akademii Nauk*, 25, 1, 1-8.
- Łodygowski T. (1996), Theoretical and numerical aspects of plastic strain localization, *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, Poznań, 1996, 1-112.
- Łodygowski T. (2010), Selected Constitutive Relations in Practical Computations, in: *Advances in Constitutive Relations Applied in Computer Codes*, red. J.R. Klepaczko, T. Łodygowski, *CISM*, 515, Springer, Vienna, 261-314.
- Łodygowski T., Garstecki A. (2012), *Bezpieczeństwo budowni w warunkach zagrożenia terrorystycznego*, *Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej*, Poznań, 2012, 1-172.
- Łodygowski T., Sumelka W. (2014), Anisotropic damage for extreme dynamics, in: *Handbook of Damage Mechanics*, red. G.Z. Voyiadjis, Springer, New York, 2014, 1185-1220.
- Łodygowski T., Jankowiak T., Sielicki P.W. (2011), Safety of Concrete and Masonry Structures under Unusual Loadings, in: *Damage Mechanics and Micromechanics of Localized Fracture Phenomena in Inelastic Solids*, red. G.Z. Voyiadjis, *CISM*, 525, Springer, New York, 2011, 379-411.
- Łodygowski A., Faure L., Voyiadjis G. Z., Philippon S. (2011), Dry Sliding Friction Experiments at Elevated Velocities, *Strain*, 47, s2, 436-453.
- Łodygowski T., Rusinek A., Jankowiak T., Sumelka W. (2012), Selected topics of high speed machining analysis, *Engineering Transactions*, 60, 69-96.
- Mae H., Teng X., Bai Y., Wierzbicki T. (2008), Comparison of ductile fracture properties of aluminum castings: Sand mold vs. metal mold, *International Journal of Solids and Structures*, 45, 1430-1444.

- Majzoobi G.H., Kazemi P., Pipelzadeh M.K. (2016), Determination of the Constants of Material Models Using Inverse Taylor Test, *Experimental Techniques*, 40, 2, 609-620.
- Malinowski J.Z., Kowalewski Z., Kruszka L. (2007), Doświadczalna metoda oraz badania plastycznego płynięcia metali i stopów metali w zakresie bardzo wysokich prędkości odkształcenia, *Prace IPPT PAN*, 10, 1-88.
- Małachowski J., Baranowski P., Gieleta R., Damaziak K. (2014), Split Hopkinson pressure bar impulse experimental measurement with numerical validation, *Metrology and Measurement Systems*, 21, 1, 47-58.
- Mazurkiewicz Ł., Małachowski J., Baranowski P. (2015), Optimization of protective panel for critical supporting elements, *Composite Structures*, 134, 493-505.
- Minak G., Ghelli D. (2008), Influence of diameter and boundary conditions on low velocity impact response of CFRP circular laminated plates, *Composites: Part B*, 39, 962-972.
- Moćko W., Kowalewski Z.L. (2011), Dynamic compression tests – current achievements and future development, *Engineering Transactions*, 59, 235-248.
- Moćko W., Kowalewski Z.L. (2012), Zastosowanie wybranych równań konstytutywnych do opisu właściwości mechanicznych stali wysokoazotowej typu VP159, *Modelowanie Inżynierskie*, 43, 203-210.
- Moćko W., Kowalewski Z.L., Wojciechowski A., Rudnik D. (2012), Badania właściwości mechanicznych stali LH556 i stali VP159 pod kątem zastosowania w osłonach balistycznych, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej*, LXI 2, 449-462.
- Morka A., Niezgoda T., Nowak J. (2012), Sprzężona eksperymentalno-numeryczna analiza przebiega konstrukcji wielowarstwowej przez pocisk 7,62×54R typu B32, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej*, LXI 3, 83-96.
- Murray N.H., Bourne N.K., Field J.E., Rosenberg Z. (1998), Symmetrical Taylor impact of glass bars, in: *Shock Compression of Condensed Matter, 1997*, red. S.C. Schmidt, D.P. Dandekar, J.W. Forbes, Woodbury, New York, American Institute of Physics, 533-536.
- Nair R.P., Griffin D., Randall N.X. (2009), The use of the pin-on-disk tribology test method to study three unique industrial applications, *Wear*, 267, 5-8, 823-827.
- Nemat-Nasser S., Li Y.-F., Isaacs J.B. (1994), Experimental/computational evaluation of flow stress at high strain rates with application to adiabatic shear banding, *Mechanics of Materials*, 17, 2-3, 111-134.
- Nemat-Nasser S., Ni L., Okinaka T. (1998), A constitutive model for fcc crystals with application to polycrystalline OFHC copper, *Mechanics of Materials*, 30, 325-341.
- Nyoungue A. (2001), Comportement a la rupture des materiaux fragiles sous sollicitations dynamiques, application sur le verre, Metz University, Metz.
- Nyoungue A., Azari Z., Abbadi M., Dominiak S., Hanim S. (2005), Glass damage by impact spallation, *Materials Science and Engineering A*, 407, 256-264.

- Ostrowska-Maciejewska J. (1994), *Mechanika ciał odkształcalnych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1-292.
- Perzyna P. (1959), The problem of elastic-plastic waves in a non-homogeneous bar, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, 7, 201-203.
- Perzyna P. (1963), The constitutive equations for rate sensitive plastic materials, *Quarterly of Applied Mathematics*, 20, 321-332.
- Raimondo L., Iannucci L., Robinson P., Pinho S.T. (2008), A numerical material model for predicting the high velocity impact behaviour polymer composites, in: *Mechanical Response of Composites*, red. P.P. Camanho, C.G. Dávila, S.T. Pinho, J.J.C. Remmers, *Computational Methods in Applied Sciences*, 10, 161-177.
- Rajagopalan S., Prakash V. (1999), A modified torsional Kolsky bar for investigating dynamic friction, *Experimental Mechanics*, 39, 295-303.
- Rajagopalan S., Irfan M.A., Prakash V. (1999), Novel experimental techniques for Investigating time resolved high speed friction, *Wear*, 225, 1222-1237.
- Recht R.F., Ipson T.W. (1963), Ballistic perforation dynamics, *Journal of Applied Mechanics*, 30, 3, 384-390.
- Reinhardt H.W., Kormeling H.A., Zielinski A.J. (1986), The split Hopkinson bar, a versatile tool for impact testing of concrete, *Materials and Structures*, 19, 1, 55-63.
- Ren Y., Tan C.W., Zhang J., Wang F. (2011), Dynamic fracture of Ti-6Al-4V alloy in Taylor impact test, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 21, 223-235.
- Rittel D., Ravichandran G., Lee S. (2002), Large strain constitutive behavior of OFHC copper over a wide range of strain rates using the shear compression specimen, *Mechanics of Materials*, 34, 627-642.
- Rusinek A., Klepaczko J.R. (2003), Impact tension of sheet metals-Effect of initial specimen length, *Journal de Physique IV*, 110, 329-334.
- Rusinek A., Rodriguez-Martinez J.A., Arias A. (2010), A thermo-viscoplastic constitutive model for FCC metals with application to OFHC copper, *Int. J. of Mechanical Sciences*, 52, 120-135.
- Rusinek A., Zaera R., Klepaczko J.R. (2007), Constitutive relations in 3-D for a wide range of strain rates and temperatures – Application to mild steels, *International Journal of Solids and Structures*, 44, 17, 5611-5634.
- Rusinek S., Cheriguene R., Baumer A., Klepaczko J.R., Larour P. (2008a), Dynamic behavior of high strength sheet steel in dynamic tension: experimental and numerical analyses, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 43, 37-53.
- Rusinek A., Rodriguez-Martinez J.A., Arias A., Klepaczko J.R., Lopez-Puente J. (2008b), Influence of conical projectile on perpendicular impact of thin steel plate, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 2946-2967.
- Rusinek A., Rodriguez-Martinez J.A., Klepaczko J.R., Pecherski R.B. (2009a), Analysis of thermo-visco-plastic behaviour of six high strength steels, *Materials Design*, 30, 5, 1748-1761.

- Rusinek A., Rodriguez-Martinez J.R., Zaera R., Klepaczko J.R., Arias A., Sauvelet C. (2009b), Experimental and numerical study on the perforation process of mild steel sheets subjected to perpendicular impact by hemispherical projectiles, *International Journal of Impact Engineering*, 36, 565-587.
- Safa K., Gary G. (2010), Displacement correction for punching at a dynamically loaded bar end, *International Journal of Impact Engineering*, 37, 371-384.
- Schuler H., Mayrhofer C., Thoma K. (2006), Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates, *International Journal of Impact Engineering*, 32, 1635-1650.
- Sielicki P.W. (2013), *Masonry Failure under Unusual Impulse Loading*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1-141.
- Skalak R. (1957), Longitudinal impact of a semi-infinite circular elastic bar, *Journal of Applied Mechanics*, 24, 59-64.
- So H. (1996), Characteristics of wear results tested by pin-on-disc at moderate to high speeds, *Tribology International*, 29, 415-423.
- Stolarski A. (2004), Dynamic strength criterion for concrete, *Journal of Engineering Mechanics*, 130, 12, 1428-1435.
- Sumelka W. (2009), *The Constitutive Model of the Anisotropy Evolution for Metals with Microstructural Defects*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1-132.
- Sutter G., Ranc N. (2010), Flash temperature measurement during dry friction process at high sliding speed, *Wear*, 268, 11-12, 1237-1242.
- Sutter G., Philippon S., Molinari A. (2004), An experimental investigation of dry friction for a large range of sliding velocities, *Matériaux & Techniques H.S.*, 33-37.
- Sutter G., List G., Arnoux J.J., Rusinek A. (2014), Finite element simulation for analysing experimental friction tests under severe conditions, *Finite Elements in Analysis and Design*, 85, 50-58.
- Szolc T., Kowalewski Z.L. (2014), An application of longitudinal elastic waves for investigation of materials under high strain rates using the Hopkinson bar, *Vibrations in Physical Systems*, 26, 305-310.
- Taylor G. (1948), The use of flat-ended projectiles for determining dynamic yield stress I. Theoretical considerations, in: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 194, 289-299.
- Tedesco J.W., Powell J.C., Allen Ross C., Hughes M.L. (1997), A strain-rate-dependent concrete material model for ADINA, *Computers & Structures*, 64, 5-6, 1053-1067.
- Teng X., Wierzbicki T. (2006), Evaluation of six fracture models in high velocity perforation, *Engineering Fracture Mechanics*, 73, 1653-1678.
- Teng X., Wierzbicki T., Hiermaier S., Rohr I. (2005), Numerical prediction of fracture in the Taylor test, *International Journal of Solids and Structures*, 42, 2929-2948.
- Turgutlu A., Al-Hassani S.T.S., Akyurt M. (1996), Impact deformation of polymeric projectiles, *International Journal of Impact Engineering*, 18, 119-127.

- Vershinin V.V. (2015), Validation of metal plasticity and fracture models through numerical simulation of high velocity perforation, *International Journal of Solids and Structures*, 67-68, 127-138.
- Voyiadjis G.Z., Abed F.H. (2005), Effect of dislocation density evolution on the thermomechanical response of metals with different crystal structures at low and high strain rates and temperatures, *Archives of Mechanics*, 57, 4, 299-343.
- Walley S.M., Church P.D., Townsley R., Field J.E. (2000), Validation of a path-dependent constitutive model for FCC and BCC metals using 'symmetric' Taylor impact, *Journal de Physique IV*, 10, Proc. 9 (DYMAT 2000), 69-74.
- Wang Z.G., Meyer L.W. (2010), On the plastic wave propagation along the specimen length in SHPB test, *Experimental Mechanics*, 50, 1061-1074.
- Wei G., Zhang W., Huang W., Ye N., Gao Y., Ni Y. (2014), Effect of strength and ductility on deformation and fracture of three kinds of aluminum alloys during Taylor tests, *International Journal of Impact Engineering*, 73, 75-90.
- Wierzbicki T. (1999), Petalling of plates under explosive and impact loading, *International Journal of Impact Engineering*, 22, 935-954.
- Wierzbicki T., Bao Y., Lee Y.-W., Bai Y. (2005), Calibration and evaluation of seven fracture models, *International Journal of Mechanical Sciences*, 47, 4-5, 719-743.
- Wilkins M.L., Guinan M.N. (1973), Impact of cylinders on a rigid boundary, *Journal of Applied Physics*, 44, 1200-1207.
- Włodarczyk E. (2011), Impact test analysis of dynamic mechanical parameters of a rigid-plastic material with linear strain hardening, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 49, 1, 159-173.
- Włodarczyk E., Jackowski A., Sarzyński M. (2012), Dynamic behaviour of a metallic cylinder striking a rigid target, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej*, LXI, 4, 75-91.
- Włodarczyk E., Jackowski A., Sarzyńska K., Sarzyński M. (2012), Analiza radialnej prędkości poboczniczy cylindrycznego pręta sztywno-plastycznego podczas prostopadłego zderzenia z nieodkształcalną płytą, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej*, LXI, 3, 9-26.
- Wróblewski A.K. (red.) (1983), *Encyklopedia fizyki współczesnej*, Warszawa, PWN, 659.
- Wua H., Zhanga Q., Huang F., Jinb Q. (2005), Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete, *International Journal of Impact Engineering*, 32, 605-617.
- Young T. (1807), *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts*, Vol. 1, London, Joseph Johnson, 144-148.
- Yong M., Iannucci L., Falzon B.G. (2010), Efficient modelling and optimisation of hybrid multilayered plates subject to ballistic impact, *International Journal of Impact Engineering*, 37, 605-624.

- Zerilli F.J., Armstrong R.W. (1987), Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations, *Journal of Applied Physics*, 61, 5, 1816.
- Zhong W.Z., Rusinek A., Jankowiak T., Abed F., Bernier R., Sutter G. (2015), Influence of interfacial friction and specimen configuration in Split Hopkinson Pressure Bar system, *Tribology International*, 90, 1-14.
- Zhong W.Z., Mbarek I.A., Rusinek A., Bernier R., Jankowiak T., Sutter G. (2016), Development of an Experimental Set-up for Dynamic Force Measurements during Impact and Perforation, coupling to Numerical Simulations, *International Journal of Impact Engineering*, 91, 102-115.
- Zielinski A.J. (1982), Fracture of concrete and mortar under uniaxial impact tensile loading, PhD thesis. Delft University of Technology, Delft University Press, 1-162.

# Spis symboli

## ROZDZIAŁ 1

### *Alfabet rzymski*

$A_b$	– pole przekroju prętów inicjującego i odbierającego
$(Ai)(\alpha)$	– funkcja Airy’ego
$C_0$	– prędkość fali sprężystej
$C_b$	– prędkość fali sprężystej w prętach inicjującym i odbierającym
$C_f$	– prędkość fazowa
$C_p$	– ciepło właściwe
$E_{\text{meas}}$	– zmierzony moduł Younga
$E_{\text{theor}}$	– teoretyczny moduł Younga
$E_b$	– moduł Younga prętów inicjującego i odbierającego
$F_{\text{input}}(t)$	– przebieg siły działającej na próbkę ze strony pręta inicjującego
$F_{\text{output}}(t)$	– przebieg siły działającej na próbkę ze strony pręta odbierającego
$L_p$	– długość pocisku
$L_s$	– długość początkowa próbki
$T_0$	– temperatura odniesienia
$T_{\text{melt}}$	– temperatura topnienia
$T_r$	– czas wzrostu fali
$U_p(r, t)$	– zniekształcenie pręta inicjującego przy uderzeniu w próbkę
$V_0$	– prędkość początkowa pocisku
$V_0^{\text{max}}$	– maksymalna prędkość pocisku na podstawie teorii elementarnej
$s_0$	– współczynnik kształtu próbki
$A$	– parametr modelu Johnsona-Cooka (granica sprężystości)
$B$ i $n$	– parametry modelu Johnsona-Cooka (wzmocnienie odkształceniowe)
$C$ i $\dot{\epsilon}_0$	– parametry modelu Johnsona-Cooka (wrażliwość na prędkość odkształcenia)
$K$	– stosunek naprężenia w testowanym materiale do naprężenia zmierzonego
$L(t)$	– aktualna długość próbki
$m$	– parametr modelu Johnsona-Cooka (wrażliwość na zmianę temperatury)
$t$	– czas

### *Alfabet grecki*

$A$	– długość impulsu fali
$\Delta\sigma_{\text{fric}}$	– wzrost naprężenia spowodowany tarciem

$\Delta\sigma_{\text{int}}^{\ddot{\varepsilon}}$	– przyrost naprężenia wywołany bezwładnością próbki ze względu na przyspieszenie odkształcenia
$\Delta\sigma_{\text{int}}^{\dot{\varepsilon}}$	– przyrost naprężenia wywołany bezwładnością próbki ze względu na prędkość odkształcenia
$\Delta\sigma_{\text{int}}$	– przyrost naprężenia wywołany bezwładnością próbki
$\Delta U(t)$	– wzajemne przemieszczenie końców próbki
$\phi_b$	– średnica prętów inicjującego i odbierającego
$\phi_s$	– średnica próbki
$\alpha'$ i $\alpha''$	– górne granice całkowania funkcji Airy’ego
$\delta_{\text{SHPB}}(t)$	– przemieszczenie końca pręta obliczone z wykorzystaniem teorii fal sprężystych
$\ddot{\varepsilon}$	– przyspieszenie odkształcenia w próbce
$\dot{\varepsilon}(t)$	– prędkość odkształcenia w próbce
$\varepsilon_{\text{corr}}$	– odkształcenie skorygowane
$\varepsilon_{\text{meas}}$	– odkształcenie zmierzone
$\varepsilon_I$	– fala odkształcenia w pręcie inicjującym (fala inicjująca)
$\varepsilon_R$	– fala odkształcenia w pręcie inicjującym (fala odbita)
$\varepsilon_T$	– fala odkształcenia w pręcie odbierającym (fala transmitowana)
$\varepsilon_r$	– odkształcenie promieniowe
$\varepsilon_z$	– odkształcenie podłużne
$\bar{\lambda}$	– współczynnik korekcji czasu wzrostu fali uwzględniający kształt pocisku
$\rho_b$	– gęstość materiału pręta pomiarowego
$\sigma_{\text{mat}}$	– naprężenie w testowanym materiale
$\sigma_{\text{meas}}$	– naprężenie zmierzone
$\sigma_I$	– fala naprężenia w pręcie inicjującym (fala inicjująca)
$\sigma_R$	– fala naprężenia w pręcie inicjującym (fala odbita)
$\sigma_T$	– fala naprężenia w pręcie odbierającym (fala transmitowana)
$\sigma_y$	– naprężenie płynięcia w próbce
$\beta$	– współczynnik materiałowy związany z procesem adiabatycznym (ang. <i>inelastic heat fraction</i> )
$\varepsilon(t)$	– odkształcenie w próbce
$\mu$	– współczynnik tarcia
$\rho$	– gęstość materiału próbki
$\sigma(t)$	– naprężenie w próbce
$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$	– termiczno-lepkoplastyczne zachowanie materiału

## ROZDZIAŁ 2

*Alfabet rzymski*

$ X_1 X_2 $	– odległość między laserami czujnika prędkości początkowej
$ \Delta V $	– dokładność pomiaru prędkości początkowej



$L_1$	– długość próbki po teście
$T_{cr}$	– temperatura krytyczna w modelu Voyiadjisa-Abeda
$V_0$	– prędkość początkowa próbki
$c_1-c_7$	– parametry materiałowe modelu Voyiadjisa-Abeda
$q_1$ i $q_2$	– parametry materiałowe modelu Voyiadjisa-Abeda
$\Delta t_{12}$	– czas, w jakim próbka pokonuje odległość między dwoma laserami
$L$	– długość początkowa próbki
$T$	– temperatura
$X$	– długość części sprężystej
$p$	– pierwszy niezmiennik tensora naprężenia
$q$	– drugi niezmiennik dewiatora tensora naprężenia
<i>Alfabet grecki</i>	
$\eta$	– współczynnik trójosiowości stanu naprężenia
$\phi_s$	– średnica próbki
$\dot{\epsilon}_p$	– prędkość odkształcenia plastycznego
$\dot{\epsilon}_p^0$	– referencyjna prędkość odkształcenia plastycznego
$\dot{\epsilon}$	– prędkość odkształcenia
$\epsilon_{pl}^{EQ-failure}$	– ekwiwalentne odkształcenie plastyczne przy zniszczeniu
$\epsilon_p$	– odkształcenie plastyczne
$\sigma_0$	– naprężenie graniczne, do którego dąży wyrażenie $\sigma/(1 + \epsilon)$ podczas testu quasi-statycznego dla dużego odkształcenia
	$\epsilon_{max}$
$\sigma_{ath}$	– naprężenie atermiczne
$\sigma_{brass}$	– naprężenie płynięcia mosiądzu
$\sigma_{th}$	– naprężenie termiczne
$k$	– współczynnik kierunkowy prostej aproksymującej wyniki testów eksperymentalnych w płaszczyźnie $(X/L, L_1/L)$
$\beta(\epsilon)$	– parametr wzmocnienia zależny od odkształcenia
$\epsilon$	– odkształcenie
$\rho$	– gęstość materiału próbki
$\sigma$	– naprężenie

## ROZDZIAŁ 3

*Alfabet rzymski*

$A_0$	– początkowe pole rozciąganego przekroju
$A_f$	– pole rozciąganego przekroju w chwili zniszczenia
$B_0$	– początkowy moduł plastyczności
$C_1-C_4$	– parametry modelu Wierzbickiego
$D_1$ i $D_2$	– parametry modelu Rusinka-Klepaczki
$D_1-D_3$	– parametry modelu zniszczenia Johnsona-Cooka

$E_0$	– początkowy moduł Younga
$E_i^S$	– energia wewnętrzna przebijanej konstrukcji
$E_d$	– energia dyssypowana przez konstrukcję
$E_{k0}^P$	– początkowa energia kinetyczna pocisku
$E_k^P$	– energia kinetyczna pocisku
$E_k^{PL}$	– energia kinetyczna odprysku
$F_{avg}$	– średnia wartość siły uderzenia w symulacji $F_{hist}$
$F_{hist}$	– siła uderzenia w symulacji
$F_T$	– średnia teoretyczna siła uderzenia
$F_i$	– siła uderzenia założona w modelu analitycznym
$N_{crack}$	– liczba pęknięć powstających podczas perforacji pociskiem stożkowym w modelu Atkinsa
$R_{notch}$	– promień karbu w teście rozciągania
$T_m$	– temperatura topnienia
$V_0$	– prędkość początkowa pocisku
$V_B$	– minimalna prędkość początkowa, przy której pocisk przebija badaną konstrukcję
$V_{PL}$	– prędkość odprysku
$V_R$	– prędkość rezydualna pocisku
$a_1$ i $a_2$	– współczynniki kształtu impulsu siły w modelu analitycznym
$dt/dr$	– zmiana grubości blachy po kierunku przewężenia w modelu Atkinsa
$m^*$	– parametry modelu Rusinka-Klepaczki
$m_P$	– masa pocisku
$m_{PL}$	– masa odprysku
$n_0$	– początkowy współczynnik wzmocnienia
$r_0$	– promień przekroju początkowego próbki rozciąganej
$r_0$	– początkowa średnica otworu perforacji w modelu Atkinsa
$t_0$	– grubość przebijanej blachy w modelu Atkinsa
$t_F$	– czas przebicia
$B(\dot{\epsilon}_{pl}, T)$	– moduł plastyczności w modelu Rusinka-Klepaczki
$E(T)$	– moduł Younga
$R$	– odporność na pękanie w modelu Atkinsa
$Y$	– granica sprężystości w modelu Atkinsa
$a$	– współczynnik korekcji krzywej w przestrzeni $V_R - V_0$
$n$	– parametr wzmocnienia odkształceniowego w modelu Atkinsa
$n(\dot{\epsilon}_{pl}, T)$	– współczynnik wzmocnienia modelu Rusinka-Klepaczki
$p$	– pierwszy niezmiennik tensora naprężenia
$q$	– drugi niezmiennik dewiatora tensora naprężenia
$w$	– względna masa odprysku

**Alfabet grecki**

$\eta$	– współczynnik trójosiowości stanu naprężenia
$\varepsilon_{pl}^{EQ-failure}$	– ekwiwalentne odkształcenie plastyczne przy zniszczeniu
$\varepsilon_{loc}$	– lokalne odkształcenia w teście rozciągania
$\dot{\varepsilon}_{max}$	– maksymalna prędkość odkształcenia w modelu Rusinka-Klepaczki
$\dot{\varepsilon}_{min}$	– minimalna prędkość odkształcenia w modelu Rusinka-Klepaczki
$\sigma(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T)$	– naprężenia ekwiwalentne w modelu Rusinka-Klepaczki
$\sigma^*(\dot{\varepsilon}_{pl}, T)$	– naprężenie efektywne w modelu Rusinka-Klepaczki
$\sigma_{\mu}(\varepsilon_{pl}, \dot{\varepsilon}_{pl}, T)$	– naprężenie wewnętrzne w modelu Rusinka-Klepaczki
$\varepsilon_f$	– odkształcenie plastyczne w momencie zniszczenia przy rozciąganiu w modelu Atkinsa
$V_{CR}$	– parametr modelu Rusinka-Klepaczki
$\varepsilon_{f,s}$	– parametr modelu zniszczenia Wierzbickiego; odkształcenie niszczące przy czystym ścinaniu
$\varepsilon_{f,t}$	– parametr modelu zniszczenia Wierzbickiego; odkształcenie niszczące przy rozciąganiu
$\kappa$	– parametr określający kształt krzywej w przestrzeni $V_R - V_0$
$\theta^*$	– parametr zależny od mikrostruktury
$\sigma_0^*$	– początkowe naprężenie efektywne modelu Rusinka-Klepaczki
$\phi$	– połowa kąta rozwarcia stożka
$\eta_B$	– współczynnik trójosiowości w teście rozciągania według formuły Bidgmana
$\gamma$	– względna energia dyssypowana
$\beta$	– względna prędkość początkowa
$\lambda$	– względna prędkość rezydualna
$\varepsilon_0$	– odkształcenie odpowiadające granicy sprężystości

## ROZDZIAŁ 4

**Alfabet rzymski**

$A_i$	– pole przekroju pręta transmitującego
$A_m$	– pole przekroju pręta pomiarowego
$A_f$	– współczynnik kierunkowy impulsu naprężenia przy założeniu zmiany liniowej
$C_b$	– prędkość fali sprężystej w prętach transmitującym i pomiarowym
$C_p$	– prędkość fali sprężystej w pocisku
$C_s$	– prędkość fali sprężystej w próbce
$E_b$	– moduł Younga prętów transmitującego i pomiarowego
$E_p$	– moduł Younga pocisku

$E_s$	– moduł Younga próbki
$L_i$	– długość pręta transmitującego
$L_m$	– długość pręta pomiarowego
$L_p$	– długość pocisku
$L_s$	– długość próbki
$V_0$	– prędkość początkowa pocisku
$Z_i$	– impedancja pręta transmitującego
$Z_m$	– impedancja pręta pomiarowego
$Z_s$	– impedancja próbki
$t_{\text{loading}}$	– długość impulsu fali naprężenia (czas obciążenia)
$t_f$	– czas zniszczenia
$t_{f0}$	– krytyczny czas zniszczenia
$C$	– prędkość fali sprężystej w ośrodku
$Z$	– impedancja
$n$	– parametr związany z aktywacją energii podczas procesu pękania

**Alfabet grecki**

$\nu_b$	– współczynnik Poissona prętów transmitującego i pomiarowego
$\phi_i$	– średnica pręta transmitującego
$\phi_m$	– średnica pręta pomiarowego
$\phi_p$	– średnica pocisku
$\nu_p$	– współczynnik Poissona pocisku
$\phi_s$	– średnica próbki
$\nu_s$	– współczynnik Poissona próbki
$\rho_b$	– gęstość materiału prętów transmitującego i pomiarowego
$\rho_p$	– gęstość materiału pocisku
$\rho_s$	– gęstość materiału próbki
$\sigma_{\text{Skal}}$	– intensywność naprężenia w pręcie późnieskończonym według Skalaka
$\sigma_{\text{theor}}$	– intensywność naprężenia w pręcie według rozwiązania teoretycznego
$\sigma_I$	– intensywność naprężenia fali przychodzącej w pręcie transmitującym
$\sigma_R$	– intensywność naprężenia fali odbitej w pręcie pomiarowym
$\sigma_{R1}$	– intensywność naprężenia fali odbitej w pręcie transmitującym
$\sigma_T$	– intensywność naprężenia fali transmitowanej do próbki
$\sigma_{T1}$	– intensywność naprężenia fali transmitowanej do pręta pomiarowego
$\sigma_c$	– naprężenie krytyczne (wytrzymałość dynamiczna)
$\sigma_{c0}$	– quasi-statyczna wytrzymałość materiału

## ROZDZIAŁ 5

*Alfabet rzymski*

$A_C$	– pole powierzchni kontaktu
$A_G$	– pole przekroju poprzecznego cienkich ścianek sensora siły w miejscu, gdzie naklejono tensometri
$F_N$	– siła normalna podczas kontaktu
$F_T(t)$	– przebieg zmiany siły tarcia podczas kontaktu
$P_0$	– ciśnienie normalne podczas kontaktu
$V_0$	– prędkość pocisku
$V_s$	– prędkość poślizgu
$h$	– grubość przekładek dystansujących
$E$	– moduł Younga materiału, z którego jest wykonany sensor siły

*Alfabet grecki*

$\varepsilon_i(t)$	– przebieg zmiany odkształcenia w i-tym punkcie pomiarowym
$\bar{\varepsilon}(t)$	– przebieg zmiany odkształcenia w punktach pomiarowych (wartość średnia)
$\alpha$	– współczynnik korekcji
$\mu$	– współczynnik tarcia
$\mu_{\text{new}}$	– współczynnik tarcia (nowa metoda)
$\mu_{\text{old}}$	– współczynnik tarcia (metoda oryginalna)
$\mu_{\text{old}}^{\text{exp}}$	– współczynnik tarcia w eksperymencie (nowa metoda)
$\mu_{\text{new}}^{\text{exp}}$	– współczynnik tarcia w eksperymencie (metoda oryginalna)



## Streszczenie

Monografia zawiera systematyczny opis wybranych metod eksperymentalnych stosowanych do wyznaczania dynamicznego zachowania materiałów i konstrukcji. Analiza teoretyczna oraz eksperymentalno-numeryczna umożliwiła uwzględnienie tych czynników, które nie powinny być pominięte podczas badań.

Omówiono sposób wykonywania testu ściskania dynamicznego z użyciem pręta Hopkinsona. Dokonano analizy wpływu tarcia na wyniki testu. Przeanalizowano zjawisko dyspersji geometrycznej, które występuje przy zderzeniu elementów systemu, oraz ustalono, jaki jest wpływ bezwładności próbki na wyniki testu. Przedstawiono, jak zmieniają się pręty pomiarowe na skutek uderzenia w próbkę. Poddano analizie wpływ kształtu pocisku na wyniki pomiaru fal w prętach, a także możliwość wykorzystania w teście próbki warstwowej i wpływ jej budowy na uzyskane wyniki.

Kolejnym eksperymentem omawianym w monografii jest test Taylora. Przedstawiono podstawowe równania analityczne służące do obliczania poziomu odkształcenia oraz prędkości odkształcenia podczas testu oraz porównano różne równania wykorzystywane do obliczania poziomu naprężenia. Przeanalizowano wyniki zarówno eksperymentów laboratoryjnych, jak i symulacji komputerowych z uwzględnieniem zniszczenia próbki podczas testu.

Omówiono sposób wykonywania testów balistycznych z jednoczesnym wykorzystaniem metod eksperymentalnych i symulacji komputerowych. Opisano wpływ kształtu frontu pocisku na mechanizm zniszczenia przebijanej powłoki. Zaprezentowano zależność prędkości rezydualnej od prędkości początkowej pocisku oraz wpływ tej zależności na energię dyssypowaną podczas perforacji. Przeanalizowano również trudności związane z pomiarem siły uderzenia za pomocą czujników piezoelektrycznych, a także przedstawiono metodę pomiaru średniej siły uderzenia na podstawie prędkości początkowej i rezydualnej oraz czasu zniszczenia.

Przedstawiono ponadto sposób określania dynamicznej wytrzymałości na rozciąganie materiałów kruchych za pomocą pręta Hopkinsona. Wykazano, jak ważne jest sprzężenie eksperymentów laboratoryjnych oraz symulacji komputerowych uzupełnionych rozwiązaniami teoretycznymi. Takie podejście prowadzi do określenia rzeczywistej dynamicznej wytrzymałości szkła i umożliwia wykrycie nieścisłości zarówno w trakcie eksperymentów, jak i symulacji. Omówiono również kumulatywne kryterium zniszczenia, które zastosowano w badaniach wytrzymałości szkła. Wykazano konieczność precyzyjnego pomiaru krytycznego czasu zniszczenia, od którego zależy wytrzymałość dynamiczna.

Tematem rozważań w tej pracy był pomiar współczynnika tarcia dynamicznego, którego wartość nie powinna być arbitralnie przyjmowana w symulacjach. Spośród wielu znanych metod określania tej wartości przedstawiono jedną, opartą na zastosowaniu specjalnego trybometru, który umożliwia uwzględnienie dużych wartości ciśnienia normalnego i prędkości poślizgu podczas kontaktu. Omówiono metodę polegającą na wykorzystaniu zjawisk falowych do wyznaczania siły normalnej i siły tarcia występujących w takich warunkach. Zaproponowano zoptymalizowaną metodę umożliwiającą dokładniejsze określenie współczynnika tarcia dynamicznego.





## Summary

The monograph contains a systematic description of selected experimental methods used to define the dynamic behavior of materials and structures. Theoretical and experimental-numerical analysis allows taking into account these factors, which should not be avoided during testing.

A dynamic compression test using split Hopkinson pressure bars is discussed. The effect of friction between the bars and specimen on the test results is analyzed together with the phenomenon of geometric dispersion, which occurs when system components impact. The aftereffect of specimen inertia on the test results is also established. The effect of bars distortion during the impact into the specimen, a “punching” phenomena, is presented. The projectile front shape effect on the rising time and on the signal smoothing of the waves recorded along the input and the output bars is discussed. In addition, the ability to use test specimen layered and its effect on the results is presented and compared with continuum specimen. This possibility is a key point when the material is produced as sheet metal.

Another experiment discussed in the monograph is the Taylor test. The basic analytical equations to calculate the strain and strain rate during the test are presented and different equations used to calculate the stress level are compared. The results of tests in both laboratory and computer simulation are analyzed taking into account the failure of the specimen.

The ballistic test using experimental methods and computer simulations is discussed in the monograph. The influence of the front shape of the projectile on the mechanism of steel sheet failure is shown. The curve in the space of the initial and of the corresponding residual projectile velocity together with energy dissipated during perforation are presented. The difficulties associated with the measurement of the impact force by the piezoelectric sensors, together with a method of measuring the average impact force using the initial and the corresponding residual projectile velocity and the failure time are discussed.

A method for determining the dynamic tensile strength of brittle materials using spalling Hopkinson pressure bar is discussed. It has been shown how important is the coupling of laboratory test and computer simulation results with simple wave propagation theory. This approach determines the dynamic strength of the glass and allows to detect the inconsistencies during both experiments and simulations. The cumulative failure criterion, which is used in examining dynamic strength of the glass is shown. The test presents the necessity of the precise measurement of the failure time which depends on the dynamic strength of the material. The method allows to predict the dynamic friction coefficient for a wide range of normal pressure and of the sliding velocity.

The measurement of the dynamic friction coefficient, which should not be taken arbitrarily in simulations, is the topic of discussion in the monograph. The method allows to determine the dynamic friction coefficient for wide range of the normal pressure and of the sliding velocity at the contact area. The method predicts the normal and the frictional forces and finally the dynamic friction coefficient based on the wave propagation phenomena using special tribometer. The optimized method together with correction factor idea, which allows more accurate determination of the dynamic friction coefficient are presented.

